

数学 (その1)

第1問

a を実数とする。6 個のデータ

$$6 \quad 10 \quad 6 \quad 4 \quad a \quad a+2 \quad (*)$$

がある。

問1 $(*)$ の平均値が a に等しくなるのは $a = \boxed{\text{(1)}}$ のときであり、そのとき $(*)$ の分散の値は $\boxed{\text{(2)}}$ である。

問2 a が正の整数をとるときの $(*)$ の中央値のうち、最小の値は $\boxed{\text{(3)}}$ 、最大の値は $\boxed{\text{(4)}}$ であり、さらに $(*)$ の中央値が $a+2$ に等しくなるのは $a = \boxed{\text{(5)}}$ のときである。

第2問

座標平面上の円 C を $x^2 - 2\sqrt{3}x + y^2 - 2y + 3 = 0$ とする。

問1 円 C の中心の座標は $\boxed{\text{(6)}}$ であり、半径は $\boxed{\text{(7)}}$ である。

問2 円 C の接線で原点 $O(0,0)$ を通るもののうち傾きが正のものを l_1 とし、もう一方を l_2 とするとき、 l_1 の方程式は $y = \boxed{\text{(8)}}$ である。 l_1 と円 C の接点 A_1 の座標は $\boxed{\text{(9)}}$ であり、 l_2 と円 C の接点 A_2 の座標は $\boxed{\text{(10)}}$ である。

問3 三角形 OA_1A_2 から、円 C の内部とこの三角形が重なる部分を除いた図形の面積は $\boxed{\text{(11)}}$ である。

数学 (その2)

第3問

三角形 ABC において辺 BC, CA, AB の長さをそれぞれ a, b, c とおくと

$$7a^2 + 7b^2 + 2ab = 7c^2$$

を満たすものとする。

問1 $|c - b|, a + b, \sqrt{a^2 + b^2}, c$ の大小関係は $<$ $<$ $<$ である。

問2 さらに a, b, c が正の整数で、それらの総和 $a + b + c$ が 20 以下であるという。このとき総和の値は であり、そのときの a, b, c の値を 1 組求めると $a =$, $b =$, $c =$ である。

問3 問2 で求めた三角形 ABC において、二番目に大きい内角の大きさを θ とするとき $\cos \theta =$ である。

第4問

x, y を実数とする。以下の各問において対数についての不等式を考えるとき、問に答えよ。

問1 $\log_{\frac{1}{5}} y \leq 1$ のとき y の満たす範囲は である。

問2 座標平面上で不等式 $\log_x y \leq 2$ で表される領域において、 $y \leq 5$ の部分に含まれる格子点 (x, y 座標ともに整数である点) の個数は である。

問3 $\log_x 5 \leq -1$ のとき x の満たす範囲を求めよ。考え方や計算過程を(記述欄)に簡潔に記し、求めた範囲を(解答欄)に記せ:

第5問

x を実数, $f(x) = |x^2 - 6| - 5x$ とする。

問1 $f(x) > 0$ を満たす x の範囲は である。

問2 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(0, f(0))$ における曲線の接線の方程式は $y =$ である。

問3 曲線 $y = f(x)$ と x 軸とで囲まれてできる図形の面積は である。