

## 数 学 (その 1)

問題 1 次の問いに答えよ.

(1) ある会社で同じ製品を 2 つの工場 X, Y で製造していて, 製品に不良品が含まれる確率は, 工場 X では 3%, 工場 Y では 2% であるという. 工場 X の製品 700 個, 工場 Y の製品 300 個を混ぜた中から取り出した 1 個が不良品であったとき, それが工場 X で製造された製品である確率は  $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$  である.

(2)  $x > 1, y > 1$  のとき, 連立方程式  $\begin{cases} x^3 = y^4 \\ x^y = y^x \end{cases}$  の解は,  $x = \frac{\boxed{\text{ウエオ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ ,  $y = \frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$  である.

(3) 点  $(1, 3)$  を通る  $y$  軸に平行でない直線と曲線  $y = 2x^2 - 1$  とが囲む図形の面積  $S$  の最小値は  $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$  である.

(4) ベクトル  $\vec{a}, \vec{b}$  について  $|\vec{a}| = 6, |\vec{b}| = 5, |3\vec{a} - 2\vec{b}| = 4$  とする.  $\vec{a} + t\vec{b}$  と  $\vec{a} - \vec{b}$  が垂直となるのは  $t = \frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タチ}}}$  のときである.

(5) 3 点  $A(2, 1, 3), B(1, 2, 5), C(4, 5, 1)$  の定める平面上に点  $P(3, 3, z)$  があるとき,  $z = \boxed{\text{ツテ}}$  である.

(6) 数列  $\{a_n\}$  が,  $a_1 = 2, a_{n+1} = \frac{a_n}{1 + a_n}$  で与えられるとき,  $a_{50} = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$  である.

(7)  $\left(\frac{72}{5}, \sqrt{11}\right)$  を通り  $5x + 12y = 0, 5x - 12y = 0$  が漸近線となる双曲線の 2 つの焦点の間の距離は  $\boxed{\text{ヌネノ}}$  である.

(8) 関数  $\tan x \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$  の逆関数を  $f(x)$ ,  $f(x)$  の導関数を  $f'(x)$  とするとき,  $f'\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{\boxed{\text{ハヒ}}}{\boxed{\text{フヘ}}}$  である.

(9)  $z$  を複素数とする.  $|z - 5 - 3i| = 2$  のとき,  $|z + 2|$  の最大値は  $\boxed{\text{ホ}} + \sqrt{\boxed{\text{マミ}}}$  である.

(10) 直線  $y = x + 4$  に第 2 象限において接する放物線  $y = -ax^2 + bx$  がある. この放物線と  $x$  軸とで囲まれる図形の面積  $S$  の最大値は  $\frac{\boxed{\text{ム}}}{\boxed{\text{メ}}}$  である.

## 数 学 (その2)

### 問題2

原点を  $O$  とする  $xy$  平面上において、正の実数  $a, p, t$  によって定められる  $y = ax^p$  上の動点  $P(t, at^p)$  に対し、 $OP=OQ$  となるように  $Q$  を  $y$  軸の正の範囲にとる。直線  $PQ$  と  $x$  軸との交点を  $R$  とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) 距離  $OR$  を  $a, p, t$  で表せ。
- (2)  $\lim_{t \rightarrow +0} OR = 10$  のとき  $a, p$  を求めよ。

## 数 学 (その 3)

### 問題 3

$a, b, c$  が  $a^2 = b^2 + c^2$  を満たす互いに素な正の整数であるとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $b, c$  のうち、どちらか一方が奇数であり、他方が偶数であることを証明せよ。
- (2)  $b, c$  のうち、どちらか一方が 4 の倍数であることを証明せよ。
- (3)  $a = 65$  のとき、 $(b, c)$  の組をすべて求めよ。