問題 1　次の問いに答えよ．

(1) $\dfrac{x^2}{32}+\dfrac{y^2}{8}=1$ 上の点 $(4,2)$ における法線の y 切片は $\boxed{アイ}$ である．

(2) 曲線 $C:y=x^2+x+1$ に原点から 2 本の接線を引く．曲線 C とこれら 2 本の接線に囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である．また，この図形を x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積は $\dfrac{\boxed{オカ}}{\boxed{キク}}\pi$ である．

(3) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n}3\cdot 2^{-3k}=\frac{\boxed{ケコ}}{\boxed{サ}}$ である．

(4) $x+y+z\leqq 16,\ x>0,\ y>0,\ z>0$ を満たす整数の組 (x,y,z) は $\boxed{シスセ}$ 組ある．

(5) 一辺の長さが 2 の正五角形 ABCDE の AC の長さは $\boxed{ソ}+\sqrt{\boxed{タ}}$ である．

(6) 面積が 240 の三角形 ABC があり，辺 BC の中点を M とすると，$\angle$AMC$=45°$，AC$=22$ である．このとき，AB$=\boxed{チツ}$ である．

(7) 複素数平面上の 3 点 A(6)，B($8i$)，C(z) について，AC=BC かつ $\angle$ACB$=\dfrac{\pi}{2}$ であるとき，点 C を表す複素数 z は $\boxed{テ}+\boxed{ト}\,i$ である．ただし $0\leqq\arg z\leqq\dfrac{\pi}{2}$ とする．

(8) 40 個の値からなるデータを A 群 15 個，B 群 25 個の 2 つに分けたところ，A 群のデータの平均は 12，分散は 30 であり，B 群のデータの平均は 20，分散は 38 であった．このとき，40 個の値全体のデータの平均は $\boxed{ナニ}$ であり，分散は $\boxed{ヌネ}$ である．

(9) 赤玉 5 個，青玉 4 個，白玉 3 個が入っている袋から 2 個の玉を同時に取り出すとき，2 個の玉が異なる色である確率は $\dfrac{\boxed{ノハ}}{\boxed{ヒフ}}$ である．

(10) $f(x)=\dfrac{d}{dx}\displaystyle\int_0^x(x-t)\sin\,t\,dt$ のとき，$f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{\boxed{ヘ}}{\boxed{ホ}}$ である．

(11) 曲線 $y=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$ の $y\leqq 7$ の部分の長さは $\boxed{マ}\sqrt{\boxed{ミ}}$ である．

問題 2

座標空間内の 2 点 A$(1,2,3)$，B$(2,3,4)$ を通る直線 l 上の動点を P，x 軸上の動点を Q$(k,0,0)$ (k は実数) とするとき，次の問いに答えよ．

(1) PQ 間の距離が最小となるときの距離 m と，そのときの点 P，Q の座標をそれぞれ求めよ．

(2) PQ 間の距離が最小になるときの線分 PQ の中点を M とすると，点 M を中心とする半径 m の球面 S は直線 l，x 軸とそれぞれ 2 点で交わる．これら 4 つの交点を頂点とする四面体の体積を求めよ．

問題３　次の問いに答えよ．

(1) n を 1 よりも大きい整数とする．任意の三角形は n^2 個の合同な三角形に分割できることを示せ．

(2) $a^2 + b^2 = 2018$ を満たす正の整数 a, b が存在することを示せ．

(3) 2018 個の合同な三角形に分割可能な三角形が存在することを示せ．