数学　（その１）

第１問

問１　$f(x) = x^2 - (4-2\sqrt{3})x + 6 - 4\sqrt{3}$ とする。放物線 $y = x^2$ を x 軸方向に $\boxed{\quad(1)\quad}$, y 軸方向に $\boxed{\quad(2)\quad}$ だけ平行移動すると, 放物線 $y = f(x)$ と一致する。また不等式 $f(x) < 0$ を満たす x の範囲は $\boxed{\quad(3)\quad}$ である。

問２　2 個のさいころ A, B を 1 回ずつ投げ, 出た目をそれぞれ a, b とする。$x = a - b$ が **問１**の $f(x)$ について不等式 $f(x) < 0$ を満たすような目の出方 (a, b) は $\boxed{\quad(4)\quad}$ 通りある。

問３　方程式 $\log_{\sqrt{2}} x - \log_2(\sqrt{3} - x) = \log_2(4 - 2\sqrt{3})$ を満たす x の値は $x = \boxed{\quad(5)\quad}$ である。

第２問

実数 x に対し, $f(x) = x^2 - 4x + 3$ とするとき, 次の問に答えよ。

問１　関数 $y = f(x)$ は $x = \boxed{\quad(6)\quad}$ のとき最小値 $\boxed{\quad(7)\quad}$ をとる。

問２　不等式 $f(x) \leqq 0$ を満たす x の範囲は $\boxed{\quad(8)\quad}$ である。

問３　連立不等式

$$\begin{cases} f(x) \leqq 0 \\ (x - a + 3)(x - a - 3) \leqq 0 \end{cases}$$

を満たす x の範囲が **問２**で求めた範囲と一致するとき, 定数 a の値の範囲は $\boxed{\quad(9)\quad}$ である。

問４　連立不等式

$$\begin{cases} f(x) \leqq 0 \\ (x - a + 3)(x - a - 3) \geqq 0 \end{cases}$$

を満たす x の範囲が **問２**で求めた範囲と一致するとき, 定数 a の値の範囲は $\boxed{\quad(10)\quad}$ である。

数学　（その２）

第３問

三角形 ABC において辺 AB, 辺 BC の長さが $\mathrm{AB}=2,\ \mathrm{BC}=1+\sqrt{3}$ であり, $\angle\mathrm{ABC}=\dfrac{\pi}{3}$ とする。このとき

問１　$\mathrm{CA}=$ $\boxed{(11)}$, $\angle\mathrm{BCA}=$ $\boxed{(12)}$ であり, 三角形 ABC の面積は $\boxed{(13)}$ である。

問２　点 B を中心とした半径 $1+\sqrt{3}$ の円を描き, その円周上のある点 D に対して点 A が半径 BD 上にあるものとする。いま弧 CD をもつ扇形 BCD において, 線分 BC と線分 BD を点 C と点 D が一致するよう重ね, 扇形 BCD がその側面の展開図になるような点 B を頂点とする直円錐を考える。この直円錐の底面の面積は $\boxed{(14)}$ であり, 高さは $\boxed{(15)}$ である。ただし直円錐とは, 頂点と底面の中心を通る直線が底面と垂直になる円錐のことである。

第４問

問１　整式 $3x^2+8xy+4y^2-34x-36y+80$ を因数分解すると $\boxed{(16)}$ となる。

問２　方程式 $3x^2+8xy+4y^2-34x-36y+80=0$ を満たす正の整数の組 (x,y) をすべて求めると, $(x,y)=$ $\boxed{(17)}$ である。

問３　方程式 $3x^2+8xy+4y^2-34x-36y+80=0$ を満たす 0 以上の実数の解 (x,y) のすべてを考える。そのような x のうちで最も大きな値を求めよ。考え方や計算過程を (記述欄) に簡潔に記し, 求めた答えを (解答欄) に記せ : $\boxed{(18)}$

第５問

a,b,c を定数とする 3 次関数 $f(x)=2x^3+ax^2+bx+c$ は $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,dx=-2$ を満たし, $x=1$ で極大値 0 をとるとする。

問１　このとき $a=$ $\boxed{(19)}$, $b=$ $\boxed{(20)}$, $c=$ $\boxed{(21)}$ である。

問２　$x=$ $\boxed{(22)}$ のとき $f(x)$ は極小値 $\boxed{(23)}$ をとる。

問３　曲線 $y=f(x)$ と x 軸との共有点の x 座標をすべて求めると $\boxed{(24)}$ である。

問４　曲線 $y=f(x)$ と x 軸とで囲まれてできる図形の面積は $\boxed{(25)}$ である。