

問題1 次の問いに答えよ。

- (1) 2次方程式 $x^2 - ax + a + 8 = 0$ が異なる2つの負の実数解をもつときの定数 a の値の範囲は $\boxed{\text{アイ}} < a < \boxed{\text{ウエ}}$ である。
- (2) 円に内接する四角形 $ABCD$ がある。 $AB = 1$, $BC = 8$, $CD = 12$, $DA = 9$ のとき、この四角形 $ABCD$ の面積 S は $\boxed{\text{オカ}}$ である。
- (3) $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ の7個の数字から、異なる4個を選び出して並べ、4ケタの整数を作るとき、3600より大きい奇数は $\boxed{\text{キクケ}}$ 個ある。
- (4) 不定方程式 $5x + 7y = 2017$ を満たす自然数の組 (x, y) は $\boxed{\text{コサ}}$ 組ある。
- (5) 複素数 z が $z + \frac{4}{z} = 2$ を満たしているとき、 $z^{11} + \left(\frac{4}{z}\right)^{11} = \boxed{\text{シスセソ}}$ である。
- (6) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+3)} = \frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。
- (7) 正二十面体の辺の数は $\boxed{\text{トナ}}$ である。
- (8) 各面が合同な三角形からなる四面体 $OABC$ があり、 $BC = 4$, $CA = 5$, $AB = 6$ である。 \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{BC} のなす角を θ とするとき、 $\cos \theta = \frac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネノ}}}$ である。
- (9) 曲線 $y = 4x^4 - 12x^3 + 13x^2 + 7x + 18$ と異なる2点で接する直線は $y = \boxed{\text{ハヒ}}x + \boxed{\text{フヘ}}$ である。
- (10) 数列 $1, 2, 1, 2, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, \dots$ について、第2017項は $\boxed{\text{ホマ}}$ であり、初項から第2017項までの和は $\boxed{\text{ミムメモラ}}$ である。

問題2 次のように媒介変数表示された xy 平面上の曲線を C とする。

$$\begin{cases} x = \sin t + \frac{1}{2} \sin 2t \\ y = \cos t \end{cases}$$

ただし $0 \leq t \leq 2\pi$ である。

- (1) $\frac{dx}{dt}$ および $\frac{dy}{dt}$ を計算し, C の概形を図示せよ。
- (2) C で囲まれた図形の面積を求めよ。

問題3 $\alpha = \sqrt[5]{\frac{5\sqrt{5} + 11}{2}}$, $\beta = \sqrt[5]{\frac{5\sqrt{5} - 11}{2}}$ のとき, 次の問いに答えよ。

(1) $\alpha\beta$ を求めよ。

(2) $\alpha - \beta - 1$ は正か, 負か, 0 かを判定せよ。