問題 1　次の問いに答えよ．

(1) 半径 12 の円を底面とする高さ 15 の円柱がある．この円柱において，底面の円の中心からの距離が 15 以下の部分の体積は $\boxed{\text{アイウエ}}\,\pi$ である．

(2) $f(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ のとき，$f'(\log 2) = \dfrac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ である．

(3) a を実数の定数とする．関数 $f(x) = \dfrac{\sqrt{ax-4}-9}{x-5}$ が $x \to 5$ のとき収束するように a の値を定めると，$\displaystyle\lim_{x\to5} f(x) = \dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である．

(4) 複素数 $z = \left(\dfrac{1+(\sqrt{2}-1)i}{1+i}\right)^n$ が実数になるような最小の正の整数 n は $\boxed{\text{スセ}}$ である．

(5) 2018^{2018} を 30 で割った余りは $\boxed{\text{ソタ}}$ である．

(6) 三角形 ABC は AB=AC，$\angle$BAC$= 120^\circ$ である．辺 BC 上に BD : DC=1 : 4 となるように内分する点 D をとると，1 辺が AD の長さの正三角形の面積は，三角形 ABC の面積の $\dfrac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$ 倍である．

(7) 点 O$(0, 0)$ を原点とする座標平面上の点 A$(14, 35)$ と点 P(m, n) を考える．ただし，m，n は整数で，3 点 O，A，P は同一直線上にないものとする．OA，OP を 2 辺とする平行四辺形の面積の最小値は $\boxed{\text{ナニ}}$ である．

(8) 数列 $\{a_n\}$ が $a_1 = 9$，$a_{n+1} = \dfrac{30a_n - 32}{a_n + 12}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ で定義されているとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = \boxed{\text{ヌネ}}$ である．

(9) $2a + 3b + 5c = 40$ を満たす正の整数 a，b，c の組の個数は $\boxed{\text{ノハ}}$ 個である．

(10) 10 名に対してそれぞれ 10 問からなる 2 種類の試験 A，B を行ったところ，A の正答数の平均は 5.5，B の正答数の平均は 5，A の正答数と B の正答数の共分散は 2.7 であった． この結果に対して，

(A の得点) $= 10 \times$ (A の正答数) $- 5$

(B の得点) $= 11 \times$ (B の正答数) $- 7$

として得点を定めるとき，A の得点と B の得点の共分散は $\boxed{\text{ヒフヘ}}$ である．

問題 2

$x = \cos\dfrac{\pi}{180}$ とおく．次の問いに答えよ．

(1) $\cos\dfrac{\pi}{60}$ を x の 3 次式で表せ.

(2) 任意の正の整数 n に対し，$\cos\dfrac{n\pi}{180}$ は x の n 次式で表されることを証明せよ.

(3) x は無理数であることを証明せよ．ただし，素数の平方根が無理数となることを証明なしに用いてもよい.

問題 3

座標空間に，点 $(0,0,1)$ を中心とする半径 1 の球面 S，定点 $\mathrm{A}(0,-1,2)$，および動点 $\mathrm{P}(t,t^2,0)$ $(-\infty < t < +\infty)$ がある．次の問いに答えよ．

(1) 任意の t に対して，直線 AP と球面 S とが異なる 2 つの交点を持つことを示せ．

(2) **(1)** の 2 つの交点を点 Q，点 R とする．2 点 Q，R 間の距離を $\ell(t)$ とおくとき，$\ell(t)$ の極値と，そのときの t の値を求めよ．