物　　理　（その１）

第1問

直方体で中が中空の物体 A がある。物体 A の内部は外から直接見えないが、小さな物体 B が 1 個入っていることが分かっている（振ってみてわかった）。物体 A と物体 B の質量の合計は M である。しかし、物体 A の内側の長さ、内部にある物体 B の質量、物体 A の内側と物体 B との摩擦の有無、物体 A の内側側面と物体 B との間のはね返り係数などが不明である（**図1**）。物体 A を破壊せずに（開いて中をみること無く）、これら内部の様子をどこまで調べることができるだろうか。

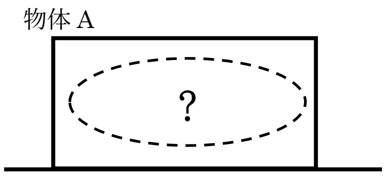


図1

なめらかで水平な床の上で物体 A の運動の様子を観察したところ、次の結果が得られた。

結果 1：物体 A を床の上に静かに置くと、手を離した直後から十分に時間が経過しても静止したまま動かなかった。

結果 2：結果 1 のように静止した状態にしてから、時刻 0 に水平方向に大きさ V_0 の初速度を物体 A に与え（**図2**）、その後の物体 A の運動の様子を観察した結果、速度がグラフ（**図3**）に示されているように変化した。

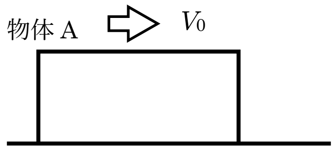


図2

ここで、**図3**のグラフでは、初速度の向き（**図2**の右向き）を正の向きとしている。初速度を与えた時刻を 0 とし、t_1、t_2、t_3 は物体 A の速度の変化が起きた時刻である。これらの時刻（t_1、t_2、t_3、…）以外の中間の時刻では速度が一定だった。例えば、時刻 t_1 から t_2 の間の物体 A の速度の大きさは V_1（一定）で向きは初速度と同じ向きである。

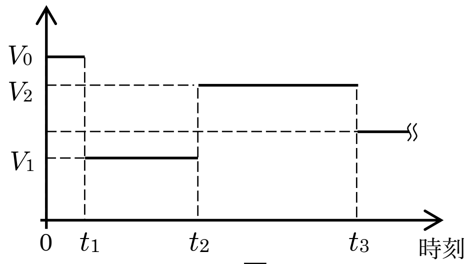


図3

これらの結果を踏まえて、物体 A の内側の空間の形は物体 A の外側の壁と平行で、内側の底面は水平だとする。また、物体 A の内側の長さを L とし、時刻 0 において物体 A の内壁と物体 B との距離が d であるとする（**図4**）。ただし、物体 B の大きさは無視できるものとする。

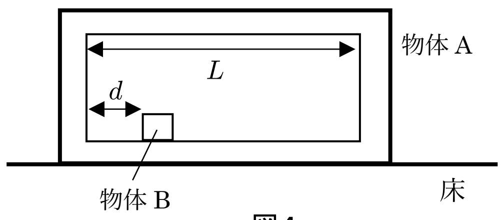


図4

問1　距離 d を V_0、t_1、t_2、t_3 の中から必要な記号を用いて表せ。

問2　物体 A と物体 B の間のはねかえり係数を e、物体 B の質量を m として、V_1 を M、m、e、V_0 を用いて表せ。

物　　理　（その２）

問3　はねかえり係数 e を t_1、t_2、t_3 を用いて表せ。

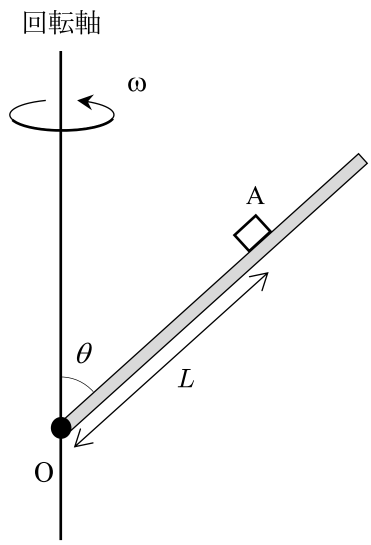
問4　物体Ａの内側の長さ L を V_0、t_1、t_2、t_3 を用いて表せ。

問5　物体Ｂの質量 m を M、V_0、V_1、t_1、t_2、t_3 を用いて表せ。

物　　理　（その３）

第2問

右図のように、鉛直な回転軸の点 O に取り付けられたあらい斜面がある。回転軸のまわりに斜面を回転させることが出来る。この斜面上に大きさが無視できる質量 m の物体Aを置く。点 O から物体Aまでの斜面に沿った方向の距離を L とし、物体Aと斜面の間の静止摩擦係数を μ、重力加速度の大きさを g とする。回転軸と斜面の間の角度 θ、斜面を回転させる際の角速度 ω は各々、$0<\theta\leqq 90°$、$\omega\geqq 0$ の範囲内で変えることが出来る。



まず、$\omega=0$ にして、物体Aを斜面上に静かにおいて、角度θをゆっくり変えてみたところ、θ が θ_0 より小さな角度のときに物体は斜面に対してすべった。

問1　$\tan\theta_0$ を求めよ。

つぎに、θを $\theta<\theta_0$ を満たすある角度 θ_1 に固定して、角速度 ω_1 で回転させた。このとき、物体Aがすべらずに斜面とともに回転し、物体A に働く静止摩擦力がちょうどゼロになった。

問2　ω_1 を m、g、μ、L、θ_1 の中から必要な記号を用いて表せ。

つぎに、θを θ_1 に固定して、角速度を ω_1 からゆっくり小さくしていったところ、ω_{min} より小さくなると物体A は斜面に対してすべった。また、逆に、角速度の大きさを ω_1 からゆっくり大きくしていったところ、ω_{max} より大きくなると物体A は斜面に対してすべった。

問3　ω_{min} を m、g、μ、L、θ_1 の中から必要な記号を用いて表せ。

問4　ω_{max} を m、g、μ、L、θ_1 の中から必要な記号を用いて表せ。

さらに、角度 θを様々な角度に固定して、各々の角度毎に、前問と同様に角速度を変えて物体A が斜面に対してすべるかどうか観察した。その結果、角度θが $0<\theta<\theta_c$ の範囲にあるとき、角速度をゆっくり小さくしていった場合には、角速度がある大きさ未満になると物体A は斜面に対してすべるが、逆に、角速度をゆっくり大きくしていった場合には、角速度をどんなに大きくしても物体A は斜面に対してすべらなかった。

問5　$\tan\theta_c$ を求めよ。結果だけでなく、求める過程の説明も解答欄に記せ。

物　　理　（その４）

第3問

水素原子核をリチウム原子核 Li に衝突させると 2 個の α 粒子が発生した。この核反応は次のように表せる。

$$ {}^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{(ア)}_{(イ)}\mathrm{Li} \rightarrow {}^{(ウ)}_{(エ)}\alpha + {}^{(ウ)}_{(エ)}\alpha $$

問1　（ア）（イ）（ウ）（エ）にあてはまる数値を答えよ。

陽子の質量を M_p、中性子の質量を M_n、リチウム原子核の質量を M、α 粒子の質量を M_αとし、光の速さを c、陽子の電荷を e、クーロンの法則の比例定数を k とする。数値が必要な場合、次の値を用いなさい。

$M_p = 1.6726\times10^{-27}$ kg、$M_n = 1.6749\times10^{-27}$ kg、$M = 11.6476\times10^{-27}$ kg、$M_\alpha = 6.6446\times10^{-27}$ kg、
$c = 3.0\times10^{8}$ m/s、$e = 1.6\times10^{-19}$ C、$k = 9.0\times10^{9}$ N・m²/C²

以下の問いにおいて、数値での解答箇所では有効数字２桁とする。

問2　リチウム原子核の質量欠損を M_p、M_n、M、M_αの中から必要な記号を用いて式で表せ。そして、その値は何 kg か答えよ。

問3　この核反応で失われる質量を M_p、M_n、M、M_αの中から必要な記号を用いて式で表せ。そして、その値は何 kg か答えよ。

以下において、この核反応が生じる直前において、水素原子核とリチウム原子核の各々の速さが共に無視できるほど小さい場合を考える。この反応で生じるエネルギーは全て発生した粒子の運動エネルギーになるとする。

問4　反応直後における α粒子 1 個の運動エネルギーは何 J か。

ここで、α粒子を半径が 2.0×10^{-15} m の球形でその中心に電荷があるものとする。そして、この核反応でα粒子が発生した直後における２個のα粒子の中心間の距離を 4.0×10^{-15} m とする。

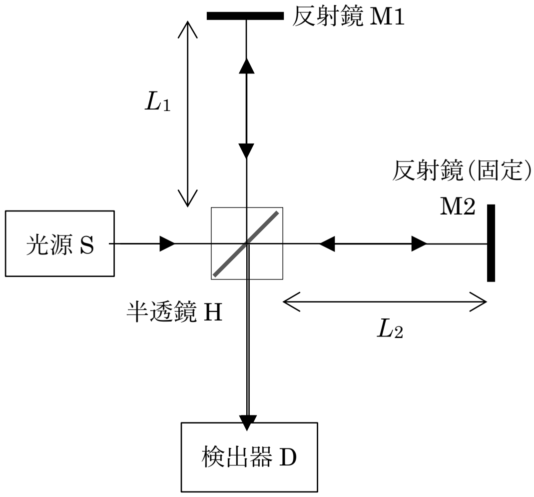
問5　核反応が起きた場所から十分遠方までα粒子が到達したとき、α粒子 1 個の運動エネルギーは何 MeV か。

問6　核反応が起きた場所から十分遠方までα粒子が到達したとき、２個のα粒子の運動について正しい記述をつぎの中から選び記号で答えよ。

① 互いに同じ向きに運動している
② 互いに逆向きに運動している
③ 核反応が起きた場所から十分遠方で静止する
④ 互いの運動方向が同じ向きか逆向きか、または静止するかは運動エネルギーの大きさよって決まる

物　　理　（その５）

第4問



図のような干渉計がある。この干渉計は、波長を連続的に変化させることが出来る光源 S と半透鏡 H と２枚の反射鏡 M1、反射鏡 M2、および検出器 D で構成されている。
はじめ、反射鏡 M1 は半透鏡 H からの距離が L_1 の位置にある。反射鏡 M1 は光の進行方向に動かすことが出来る。
反射鏡 M2 は半透鏡 H からの距離 L_2 で固定されている。
光源 S から出た光は半透鏡 H で反射され反射鏡 M1 に向かって進む光と、半透鏡 H を透過し反射鏡 M2 に向かって進む光に均等に分けられる。反射鏡 M1 に向かって進んだ光は反射鏡 M1 で反射されて半透鏡 H に戻り、半透鏡 H を透過して検出器 D に達する（経路１：光源 S→半透鏡 H→反射鏡 M1→半透鏡 H→検出器 D)。一方、反射鏡 M2 に向かって進んだ光は反射鏡 M2 で反射されて半透鏡 H に戻り、半透鏡 H で反射されて検出器 D に達する（経路２：光源 S→半透鏡 H→反射鏡 M2→半透鏡 H→検出器 D)。この２つの経路を経て検出器 D に達し、干渉した光の強さを検出器 D で測定する。
ただし、半透鏡 H での反射や透過で生じる光の位相のずれは、２つの経路を経て検出器 D に達した光の間で相殺し、検出器で測定する光の干渉に影響しないとする。

　まず始めに、光の波長を λ に固定し、反射鏡 M1 と半透鏡 H の距離を L_1 にして、次の操作を行って光の干渉の強さを測定した。

操作１：反射鏡 M1 を半透鏡 H に少しずつ近づけると、検出器での光の強さが単調に増加し、反射鏡 M1 と半透鏡 H の距離が $L_1-\Delta x$ になったとき（$\Delta x>0$)、はじめて強さが最大になった。
操作２：反射鏡 M1 と半透鏡 H の距離を L_1 に戻してから、反射鏡 M1 を半透鏡 H から少しずつ遠ざけていくと、検出器での光の強さが単調に減少し、反射鏡 M1 と半透鏡 H の距離が $L_1+3\Delta x$ になったとき、はじめて強さが最小になった。

問1　反射鏡 M1 と半透鏡 H の距離が $L_1-\Delta x$ で検出器 D での光の強さが最大になったときに L_1、L_2、λ、Δx の間に成り立つ関係式、および、反射鏡 M1 と半透鏡 H の距離が $L_1+3\Delta x$ で検出器 D での光の強さが最小になったときに L_1、L_2、λ、Δx の間に成り立つ関係式を各々かけ。ただし、これらの式の中に使う整数を n_1 とせよ。

問2　波長 λ を Δx を用いて表せ。

　つぎに、反射鏡 M1 と半透鏡 H の距離を L_1 に戻してから、光の波長を波長 λ から少しずつ長くしていくと、検出器 D での光の強さが単調に増加し、波長が $\lambda+\Delta\lambda$ のとき（$\Delta\lambda>0$)、はじめて光の強さが最大になった。

問3　この場合に L_1、L_2、λ、$\Delta\lambda$ の間に成り立つ関係式をかけ。
ただし、この式の中に使う整数を n_2 とせよ。

物　理　（その６）

問4　(1) n_1 と n_2 の間の関係、および、(2) L_1 と L_2 の大小関係として正しいものはどれか次の選択肢から各々ひとつずつ選び解答欄に記号で答えよ。

(1) n_1 と n_2 の間の関係：
(a) $n_2=n_1+1$　(b) $1/n_2=1/n_1+1$　(c) $n_2=\sqrt{n_1^2+1}$
(d) $n_2=n_1-1$　(e) $1/n_2=1/n_1-1$　(f) $n_2=\sqrt{n_1^2-1}$
(g) $n_2=n_1$　(h) n_2 と n_1 は各々整数であれば何でもよい

(2) L_1 と L_2 の大小関係：
(i) $L_1<L_2$　(ii) $L_1=L_2$　(iii) $L_1>L_2$

つぎに、波長をλに戻してから、反射鏡 M1 と半透鏡 H の距離を L_1 から少しずつ変えて、L_1-L_2 がゼロに近づくように反射鏡 M1 を動かす。この間に、検出器での光の強さが繰り返し最小になる様子が観測された。

問5　反射鏡 M1 と半透鏡 H の距離を L_1 から L_2 になるまで動かした場合、この間に検出器での光の強さが最小になる回数を求め、λ、$\Delta\lambda$ を用いて答えよ。

問6　前問において、$\Delta\lambda/\lambda=2.5\times10^{-3}$ として、検出器で干渉光の強さが最小になる回数を求めよ。

問7　検出器で干渉光の強さが最小になる回数を数えながら、前問で求めた回数になるまで反射鏡 M1を動かして、最後に明るさが最小になった位置で反射鏡 M1 を止めた。このときの反射鏡 M1 と半透鏡 H の距離を L_1' とする。このとき、$L_1'-L_2=$ $\boxed{}$ になっている。
$\boxed{}$にあてはまる選択肢を次から選び、解答欄に記号で答えなさい。

[選択肢]　(a) λ　(b) $\frac{1}{2}\lambda$　(c) $\frac{1}{4}\lambda$　(d) 0　(e) $-\frac{1}{4}\lambda$　(f) $-\frac{1}{2}\lambda$　(g) $-\lambda$