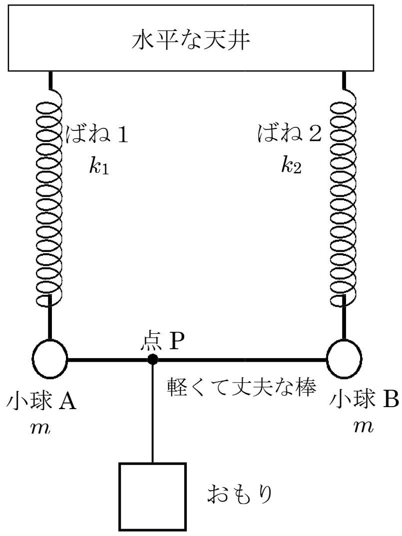
物　理　（その１）

第1問



軽くて丈夫な棒でつながれた質量の等しい小球 A と小球 B があり、小球 A にばね１を、小球 B にばね２をつけて２本のばねが互いに平行になるようにして天井からつるす (右図)。ばね１とばね２のばね定数の大きさを各々k_1、k_2（$k_2>k_1$）とし、互いに自然長は等しいとする。また、小球 A と小球 B の質量を m とする。

棒上の点 P にひもで質量 M のおもりをぶら下げて、静かに手をはなしたところ、棒が水平になった状態で静止した。このとき、2 本のばねは互いに平行になっているとする。重力加速度の大きさを g とする。

問1　ばねの自然長からの伸びを求めよ。

問2　小球 A と点 P の間の距離 AP と棒の長さ AB との比 AP/AB を求めよ。

つぎに、点 P の位置は**問2**のままで、おもりの質量をΔMだけ大きくする。そして、全体がつり合って静止したとき、２本のばねが互いに平行になるように天井につける位置を調節する。静止した状態で、ばね１、ばね２の自然長からの伸びが**問1**で求めた長さから、さらに各々 δ_A、δ_Bだけ変化したものとする。

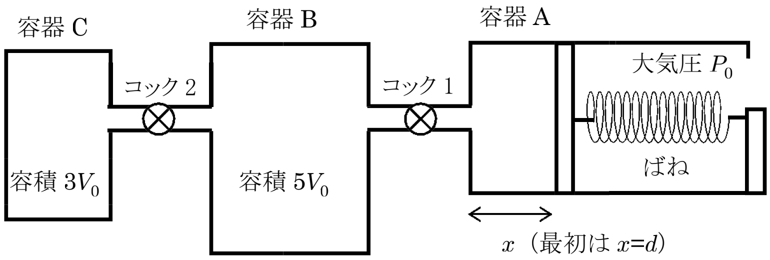
問3　δ_Aとδ_Bを求めよ。

問4　前問で求めた結果に基づいて、δ_A と δ_Bの大小関係について簡単に述べよ。

物　理　（その２）

第2問

シリンダーとなめらかに動く軽いピストンからなる容器Aがあり、この容器Aと容器Bと容器Cがコックのついた細管でつながれている（右図）。容器 A のピストンはシリンダーの開口側（図の右側）の壁にばねで連結されている。図中でピストンが容器Aの左端にあるとき、ばねの長さがちょうど自然長になるようになっている。容器や細管とコック、およびピストンはすべて断熱材でできているものとする。ピストンのばね側には大気があり、その大気圧を P_0 とする。



はじめ、コック 1、コック 2 を閉じ、容器Bと容器Cは真空にしておく。容器Aには単原子分子理想気体を入れて、圧力 $2P_0$、体積 V_0、絶対温度 T_0 の状態にする。このはじめの状態のとき、ばねは自然長から d だけ縮んでいるとする。容器B、容器Cの容積を各々$5V_0$、$3V_0$ とし、細管の容積は無視できるものとして以下の問に答えよ。

問1　ばね定数を P_0、V_0、T_0、d の中から必要な記号を用いて表せ。

まず、コック 1 を開くと、気体はゆっくり容器Bに移動していく。

問2　ばねの自然長からの縮みが x（$0 \leqq x \leqq d$）のとき、ピストンが大気とばねから受ける力の合力の大きさを P_0、V_0、d、x で表せ。また、横軸を x としてこの合力のグラフを描け。

十分に時間が経過すると、容器Aの中の気体が完全に容器Bに移動した。

問3　コック 1 を開いてから気体が容器Bに移動し終わるまでの間に、ピストンが気体にする仕事を P_0、V_0 を用いて表せ。

問4　容器Bの中の気体の圧力と絶対温度を求めよ。

つぎに、コック 1 を閉じてから、コック 2 を開く。十分に時間が経過すると容器Bと容器Cの中の気体の圧力が等しくなって移動が止まる。

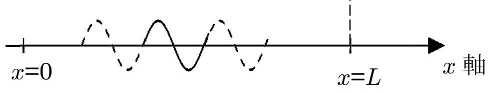
問5　十分に時間が経過した後の気体の圧力と絶対温度を求めよ。

物　　理　（その３）

第3問

以下の空欄（ア）～（シ）にあてはまる数式または数値を解答欄に記せ。

正弦波で表される波が x 軸正の向きに進み（入射波）、座標 x=L の位置で反射されてできる波（反射波）との合成波ができる場合を考えることで、固定端および自由端での波の反射について調べる。



入射波の振幅を A、周期を T とし、時刻 t における x=0 での変位 y_0 が次式で表されるとする

$$y_0 = A\sin\frac{2\pi t}{T}$$

この場合、座標 x の位置での波の変位は、x=0 における波が距離 x 進むのにかかる時間だけ遅れて到達するものとして表される。波の速さを v として、座標 x の位置での入射波の変位は

$$y_{\mathrm{I}} = A\sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \boxed{（ア）}\right)$$

と表せるので、x=L の位置における入射波の変位は

$$y_{\mathrm{L}} = A\sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \boxed{（イ）}\right)$$

となる。そして、x=L の位置で、この入射波が反射されて x 軸負の向きに進む反射波になる。ここで、反射で生じる位相のずれを一般に $\phi\,(0 \leqq \phi < 2\pi)$として、$x$=$L$ の位置での反射波の変位を

$$y_{\mathrm{rL}} = A\sin\left\{\frac{2\pi}{T}\left(t - \boxed{（イ）}\right) + \phi\right\}$$

と表すことにする。反射波は x 軸負の向きに進む。x=L の位置から座標 x（$x \leqq L$）まで反射波が進む距離は $\boxed{（ウ）}$ なので、座標 x での反射波の変位は

$$y_{\mathrm{r}} = A\sin\left\{\frac{2\pi}{T}\left(t - \left(\boxed{（エ）}\right)\right) + \phi\right\}$$

と表される。

時刻 t における座標 x での合成波の変位は、重ね合わせの原理を適用し、三角関数の和積の式を使って変形すると、

$$y = y_{\mathrm{I}} + y_{\mathrm{r}} = A\sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \boxed{（ア）}\right) + A\sin\left\{\frac{2\pi}{T}\left(t - \left(\boxed{（エ）}\right)\right) + \phi\right\}$$

$$= 2A\sin\left\{\frac{2\pi}{T}\left(t - \boxed{（オ）}\right) + \frac{\phi}{2}\right\}\cos\left\{\frac{2\pi}{T}\left(\boxed{（カ）}\right) - \frac{\phi}{2}\right\}$$

となる。

物　　理　（その４）

さて、x=L の位置が固定端である場合、x=L での合成波の変位

$$y = 2A\sin\left\{\frac{2\pi}{T}\left(t - \boxed{\text{（キ）}}\right) + \frac{\phi}{2}\right\}\cos\left(\boxed{\text{（ク）}} - \frac{\phi}{2}\right)$$

が t によらずに常にゼロにならなければならない。この条件を満たすのは

$$\cos\left(\boxed{\text{（ク）}} - \frac{\phi}{2}\right) = 0$$

の場合である。この式から固定端での反射による位相のずれ ϕ の値が決まる。

一方、x=L の位置が自由端である場合、x=L の位置で合成波は腹になる。これは振幅が最大になるということであり、合成波の変位の式で振幅に相当する部分（時間に依存しない因子）は

$$2A\cos\left(\boxed{\text{（ク）}} - \frac{\phi}{2}\right)$$

であるから、自由端での反射では

$$\left|\cos\left(\boxed{\text{（ク）}} - \frac{\phi}{2}\right)\right| = 1$$

という条件を満たしていることになる。このことから位相のずれ ϕ の値が

$$\phi = \boxed{\text{（ケ）}}$$

になることがわかる。

さらに、例えば、閉管での気柱の共鳴の場合のように、

「x=L が自由端、かつ、x=0 が固定端」

となる為にどのような条件が必要かを求めることができる。

x=L の位置が自由端になるとき、反射による位相のずれは $\phi = \boxed{\text{（ケ）}}$ である。この ϕ の値を用い、さらに、合成波が x=0 で時間によらずに節になるという条件から、

$$\cos\left(\boxed{\text{（コ）}}\right) = 0 \qquad \text{（（コ） には } T \text{ を含む式が入る）}$$

でなければならない。よって、n=0,1,2,3,⋯として、つぎの条件

$$\boxed{\text{（コ）}} = \left(\boxed{\text{（サ）}}\right)\times\pi$$

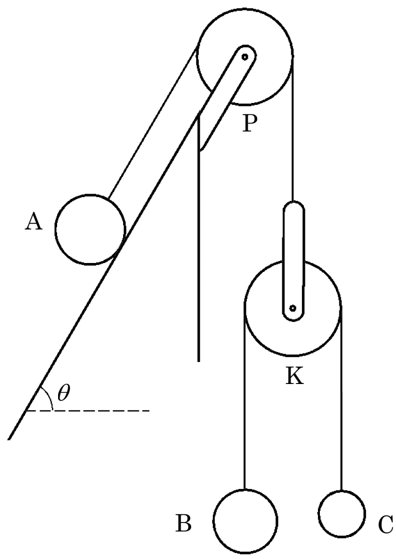
を満たすときに x=0 で固定端になるといえる。これらのことから、L と波長の比が

$$\frac{L}{(\text{波長})} = \boxed{\text{（シ）}}$$

を満たすときだけ「x=L が自由端、かつ、x=0 が固定端」になることがわかる。
ただし、（サ）と（シ） には n を含む式が入る。

物　　理　（その５）

第4問



右図のように、滑車Kと質量m_Aの小球Aをひもでつなぎ、このひもをなめらかな斜面の上端に取り付けられた滑車Pにかけ、小球Aを斜面におく。滑車Pと小球Aの間のひもは斜面と平行になっている。さらに、質量m_Bの小球Bと質量m_C（$m_C<m_B$）の小球Cをひもでつなぎ、滑車Kにかける。

ひもは軽くて丈夫であり、十分な長さがあるとする。２つの滑車の質量は無視でき、ひもと滑車の間に摩擦は無く、空気抵抗も無視できるものとする。斜面の水平面からの傾斜角をθ、重力加速度の大きさをgとする。

ひもがたるまない様にして全体を静止させてから静かに手をはなす。手をはなした瞬間、小球Bと小球Cが同じ高さにあるとする。

小球Aの加速度の大きさをα、鉛直方向の小球Bの滑車Kに対する加速度の大きさをβ、小球Aと滑車Kをつなぐひもの張力の大きさをTとする。

問1　小球Aが斜面に沿って下向きに加速する場合に対して、小球Aの斜面方向の運動方程式を立てよ。

問2　小球Bと小球Cをつなぐひもの張力の大きさはTの何倍か。

問3　滑車Kが鉛直上向きに加速する場合に対して、小球B、小球Cの運動方程式を各々立てよ。

問4　小球Aの加速度の大きさαをm_A、m_B、m_C、θ、gを用いて表せ。

問5　張力の大きさTをm_A、m_B、m_C、θ、gを用いて表せ。

斜面の傾斜角をいろいろな値にして、小球の運動を観察したとする。

問6　斜面の傾斜角がθ_1の場合、小球Aは斜面上で静止したまま小球Bと小球Cだけが動いた。このときの$\sin\theta_1$を求めよ。

つぎの**問7**では、$m_A=10m$、$m_B=5m$、$m_C=m$として解答せよ。

問7　斜面の傾斜角がθ_2の場合、小球Aが斜面に沿って距離Lだけ下がる間に生じる小球Bと小球Cの高さの差がLの10倍になった。このときの$\sin\theta_2$の値を求めよ。求める際の考え方など途中過程が分かるように解答欄に記述すること。