物理基礎・物理　（その１）

第１問　動いている惑星に宇宙船を接近させ惑星の近くを通過させることにより，宇宙船の速度を変化させること（スイングバイ）ができる。以下，宇宙船が惑星に接近する前に惑星から十分離れている時点のことをスイングバイ前とよび，宇宙船が惑星に接近した後に惑星から十分離れている時点のことをスイングバイ後とよぶ。惑星と宇宙船以外の天体の影響は無視でき，スイングバイ前と後においては，宇宙船と惑星の力学的エネルギーはそれぞれの運動エネルギーのみである。図のように x，y 軸をとり，惑星の質量は十分大きく，惑星は常に y 方向に運動するものとする。以下の**問い**（**問１ ～ ４**）に答えよ。

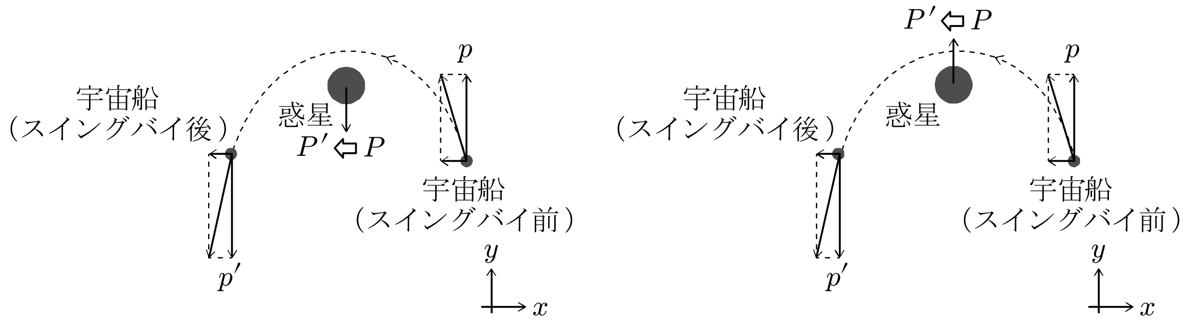

図１－１　　　　　**図１－２**

「⇦」の意味は，右側にある量がスイングバイ前の量を，
左側にある量がスイングバイ後の量を表している 。

問１　以下の空欄（**ア**）～（**ク**）に当てはまる文字は何か。空欄に記載されている２つの文字（「正 or 負」もしくは「速 or 遅」）から正しいものを選んで解答欄の文字を○で囲め。

スイングバイ前の宇宙船の運動量の y 成分を p，スイングバイ後の宇宙船の運動量の y 成分を p' とする。p は正の値であり，p' は負の値である（**図１－１，１－２**）。宇宙船の運動量の x 成分はスイングバイの前後で変化しないものとする。

惑星は y 軸に沿って動き，惑星の運動量の x 成分は常にゼロであるとする。スイングバイ前の惑星の運動量の y 成分を P，スイングバイ後の惑星の運動量の y 成分を P' とする。惑星の質量は十分大きいため，P と P' は同符号である。

Ⅰ：まず，惑星が y 軸負の向きに動いていて，宇宙船が惑星の進行方向に対して後側を通過する場合（**図１－１**）を考える。スイングバイによる宇宙船の運動量の変化分 $p'-p$ は［（**ア**）：正 or 負］なので，運動量保存則より，惑星の運動量の変化分 $P'-P$ は［（**イ**）：正 or 負］である。このことと惑星の運動量の y 成分の符号が負のまま変わらないことを考え合わせると，スイングバイ後の惑星の速さ（速度の大きさ）は，スイングバイ前の惑星の速さよりも［（**ウ**）：速 or 遅］くなることが分かる。このことと力学的エネルギー保存則から，スイングバイ後の宇宙船の速さはスイングバイ前の宇宙船の速さよりも［（**エ**）：速 or 遅］くなる。

物理基礎・物理　（その２）

Ⅱ：次に，惑星が y 軸正の向きに動いていて，宇宙船が惑星の進行方向に対して前側を通過する場合（**図１－２**）を考える。スイングバイによる宇宙船の運動量の変化分 $p' - p$ は［**（オ）**：正 or 負］なので，惑星の運動量の変化分 $P' - P$ は［**（カ）**：正 or 負］である。このことと惑星の運動量の y 成分の符号が正のまま変わらないことを考え合わせると，スイングバイ後の惑星の速さは，スイングバイ前の惑星の速さよりも［**（キ）**：速 or 遅］くなることが分かる。このことと力学的エネルギー保存則から，スイングバイ後の宇宙船の速さはスイングバイ前の宇宙船の速さよりも［**（ク）**：速 or 遅］くなる。

前問のⅠの場合を考える（**図１－３**）。宇宙船の質量を m，惑星の質量を M とする（$m \ll M$）。また，スイングバイ前の宇宙船の速度の y 成分を v，スイングバイ後の宇宙船の速度の y 成分を $-v'$，スイングバイ前の惑星の速度の y 成分を $-V$，スイングバイ後の惑星の速度の y 成分を $-V'$ とする（v，V，v'，$V' > 0$）。引き続き，宇宙船の運動量の x 成分はスイングバイの前後で変化しないものとする。

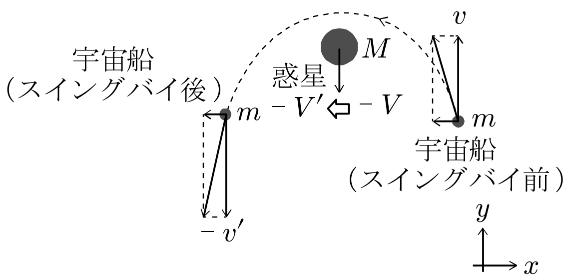

図１－３

問２　運動量保存則から $V - V'$ を求め，m，M，v，v' を使って表せ。$m \ll M$ による近似を使わずに答えること。

問３　力学的エネルギー保存則から $V^2 - V'^2$ を求め，m，M，v，v' を使って表せ。$m \ll M$ による近似を使わずに答えること。

問４　スイングバイ後の宇宙船の速さ v' を，v と V を使って表せ。$m \ll M$ を用いて近似値を答えること。

物理基礎・物理　（その３）

第２問　以下の問い（問１～８）に答えよ。

［A］図２−１のように，電気容量 C のコンデンサーに交流電源を接続した回路を考える。回路の抵抗は無視できる。時刻 t における，点 b に対する点 a の電位は $V_0\cos(\omega t)$ である。ここで，V_0 と ω はそれぞれ正の定数である。

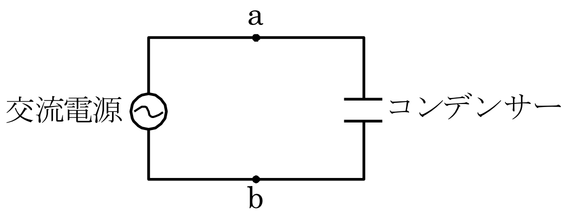

図２−１

問１　時刻 t におけるコンデンサーの a 側の極板の電気量 $q(t)$ はいくらか。

時刻 t に回路を流れている電流を $I(t)$ と表す。電流は，点 a からコンデンサーに流れる向きを正とする。時刻 t から微小時間 Δt 経過する間，コンデンサーの点 a 側の極板の電気量が Δq 変化したとする。

問２　電流 $I(t)$ を Δt と Δq を使って表せ。

微小時間 Δt の間の $\cos(\omega t)$ の変化分を $\Delta\cos(\omega t)$ と表す。

必要なら $\cos(\omega t)$ の時間変化率は $\dfrac{\Delta\cos(\omega t)}{\Delta t} = -\omega\ \sin(\omega t)$ であることを使ってよい。

問３　電流を $I(t)=$［（ア）］$\cos($［（イ）］$)$ と書いた場合の（ア）と（イ）に当てはまる式や記号を答えよ。ただし，（ア）に当てはまる量は正にすること。

問４　電流 $I(t)$ の最大値を I_0 と表すとき，$V_0 = X_C I_0$ と書いた場合の X_C を答えよ。

物理基礎・物理　（その４）

［B］図２−２のように自己インダクタンス L のコイルに交流電源を接続した回路を考える。回路の抵抗は無視できる。時刻 t に回路を流れる電流を $I(t)$ と表す。ただし，点 a からコイルを経て点 b に流れる向きの電流を正とする。時刻 t から微小時間 Δt 経過する間，電流が ΔI 変化したとする。

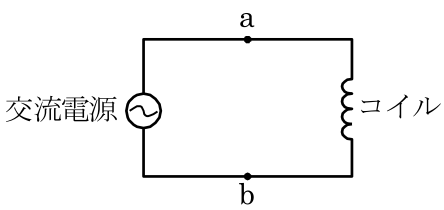

図２−２

問５　時刻 t にコイルに発生している誘導起電力（点 a に対する点 b の電位）を，L，Δt，ΔI を使って表せ。

時刻 t における交流電源の電圧（点 b に対する点 a の電位）は $V_0\cos(\omega t)$ である。ここで，V_0 と ω はそれぞれ正の定数である。

問６　時刻 t における電流 $I(t)$ の時間変化率 $\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$ を L，V_0，ω，t を使って表せ。

微小時間 Δt の間の $\sin(\omega t)$ の変化分を $\Delta\sin(\omega t)$ と表す。

必要なら $\sin(\omega t)$ の時間変化率は $\dfrac{\Delta\sin(\omega t)}{\Delta t} = \omega\cos(\omega t)$ であることを使ってよい。

問７　電流を $I(t) = $ ［（ウ）］$\cos$(［（エ）］) と書いた場合の（ウ）と（エ）に当てはまる式や記号を答えよ。ただし，（ウ）に当てはまる量は正にすること。

問８　電流 $I(t)$ の最大値を I_0 と表すとき，$V_0 = X_{\mathrm{L}} I_0$ と書いた場合の X_{L} を答えよ。

物理基礎・物理　（その５）

第３問　以下の問い（問１～５）に答えよ。

問１　波長 λ，速さ c の正弦波の振動数を答えよ。

問２　x 軸を正の向きに速さ c で進む正弦波を考える。原点の媒質の時刻 t における変位が $A\cos\left(2\pi\dfrac{t}{T}\right)$ であるとき，座標 x の媒質の時刻 t における変位を答えよ。ただし，T は定数である。c，A，T，x，t を使って答えること。

問３　x 軸を負の向きに速さ c で進む正弦波を考える。座標 x の媒質の時刻 0 における変位が $A\sin(kx)$ であるとき，座標 x の媒質の時刻 t における変位を答えよ。ただし，k は定数である。c，A，k，x，t を使って答えること。

問４　図３－１のように，音源と観測者が x 軸上にあり，音源は観測者より負側にある。音源は速さ v_{S} で x 軸負の向きに動きながら振動数 f の音を発しており，観測者は速さ v_{O} で x 軸正の向きに動きながら音源が発した音を聞いている。観測者が聞いた音の振動数を答えよ。 ただし，音速を c とする。

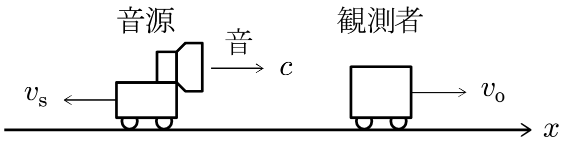

図３－１

問５　図３－２のように，音源と音波の受信機が x 軸上の同じ位置に静止した状態で設置してある。この音源と受信機から，物体が一定の速さで x 軸に沿って遠ざかっている。音源がこの物体に向かって振動数 $9.0\times10^{5}\,\mathrm{Hz}$ の音を発したところ，音が物体で反射し，受信機は振動数 $8.0\times10^{5}\,\mathrm{Hz}$ の反射音を受信した。物体の速さはいくらか。ただし，音の速さは $340\,\mathrm{m/s}$ である。また，物体が音を反射する際には，物体が観測者の立場で音を聞き，聞いた振動数の音を音源として発していると考えてよい。

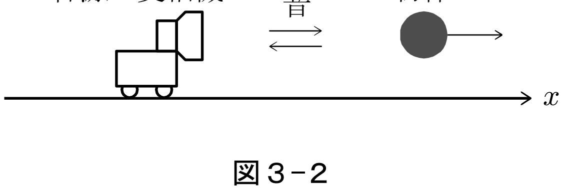

図３－２

物理基礎・物理　（その６）

第４問　以下の問い（問１～８）に答えよ。

一定量の理想気体を図４のように状態変化させる。以下の過程において熱源の温度は変化しないものとする。状態１から２の過程では，気体に高温熱源を接触させて熱を与えており，気体は高温熱源と同じ温度のまま膨張している。状態２から３の過程では，気体は断熱状態で膨張している。状態３から４の過程では，気体に低温熱源を接触させて熱を奪っており，気体は低温熱源と同じ温度のまま圧縮されている。状態４から１の過程では，気体は断熱状態で圧縮されている。

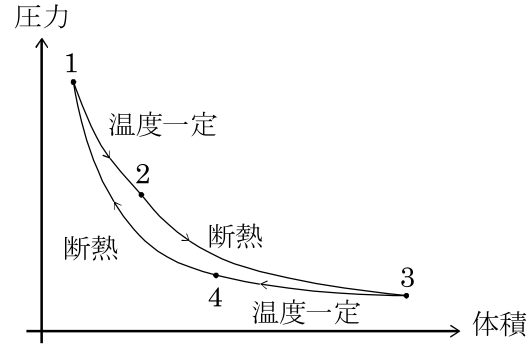

図４

問１　状態１における気体の内部エネルギーを U_1 とする。状態２における内部エネルギーを答えよ。

問２　状態２から３の過程で気体が外部にする仕事を W_{23}，状態４から１の過程で気体が外部からされる仕事を W_{41} とする（W_{23} と W_{41} は正）。W_{23} と W_{41} との間の関係を書け。また，その理由を説明せよ。説明の際に必要なら U_1 を使ってよい。

状態１から２の過程で気体が外部にする仕事を W_{12}，状態３から４の過程で気体が外部からされる仕事を W_{34} とする（W_{12} と W_{34} は正）。
以下の問３，４，５には W_{12} と W_{34} の中から必要な記号を使って答えよ。

問３　状態１→２→３→４→１の過程で気体が外部にする仕事の総量はいくらか。ただし，気体が外部から仕事 W をされた場合は，気体が外部に $-W$ の仕事をしたとして総量を求めること。

問４　状態１から２の過程で気体が高温熱源から受け取る熱はいくらか。

問５　状態１→２→３→４→１の過程を繰り返すことで熱機関になる。この熱機関の熱効率はいくらか。

状態１は圧力 p_1 で体積 V_1，状態２は圧力 p_2 で体積 V_2，状態３は圧力 p_3 で体積 V_3，状態４は圧力 p_4 で体積 V_4 である。

問６　p_2/p_1 を V_1 と V_2 を使って表せ。また，p_4/p_3 を V_3 と V_4 を使って表せ。

気体が断熱的に状態変化した場合，体積 V を γ 乗した量と圧力 p との積 pV^{γ} は変化の前後で変化しない（γ は定数）。

問７　V_4/V_3 を V_1 と V_2 を使って表せ。

気体が温度一定の状態で体積 V_{a} から体積 V_{b} に変化したとき外部にする仕事は $cT\log_e(V_{\mathrm{b}}/V_{\mathrm{a}})$ と表せる。ただし，T は気体の絶対温度，c は正の定数，e は１より大きい定数である。

問８　問５の熱効率を，高温熱源の絶対温度 T_{H} と低温熱源の絶対温度 T_{L} を使って表せ。