

数学 (その1)

第1問 以下の問い(問1～3)に答えよ。

問1 $a = \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$, $b = \frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ とする。 ab , $a+b$, $a-b$ の値は $ab = \boxed{\quad(1)\quad}$,

$a+b = \boxed{\quad(2)\quad}$, $a-b = \boxed{\quad(3)\quad}$ である。

また, $\log_{10} 2 = 0.301$, $\log_{10} 3 = 0.477$ とするとき, $\log_{10}(a+b)$, $\log_{10}(a^2-b^2)$ の値はそれぞれ $\boxed{\quad(4)\quad}$, $\boxed{\quad(5)\quad}$ である。

問2 1005 以上 1010 以下の自然数の中には 1 つだけ素数があり, $\boxed{\quad(6)\quad}$ である。次に 2015 以上 2020 以下の自然数の中にも 1 つだけ素数があり, それを m とするとき, $m = \boxed{\quad(7)\quad}$ である。

問3 円 $C: x^2 + y^2 = 1$, 点 $A(2, 0)$ に対して A を通る C の接線のうち, 傾きが正の方程式は $y = \boxed{\quad(8)\quad}$ で, 接点の座標は $\boxed{\quad(9)\quad}$ であり, 傾きが負の方程式は $y = \boxed{\quad(10)\quad}$ で, 接点の座標は $\boxed{\quad(11)\quad}$ である。

第2問 円 $C: x^2 + y^2 = 1$, 点 $A(2, 0)$ に対して

問1 第1問 問3 の 2 つの接線のなす角の大きさ θ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) は $\theta = \boxed{\quad(12)\quad}$ である。

問2 A と異なる点 P の座標を (a, b) とする。線分 AP の中点の座標を a , b を用いて表すと $\boxed{\quad(13)\quad}$ である。

問3 点 P が C 上を動くとき線分 AP の中点の軌跡の方程式は $\boxed{\quad(14)\quad}$ である。

第3問 学生番号 i の学生のテスト1 (以後 x とする) の得点を x_i , テスト2 (以後 y とする) の得点を y_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5$) とする。

| | | | | | |
|-----|------|----|----|----|----|
| | 学生番号 | | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| テスト | | | | | |
| x | 19 | 25 | 26 | 27 | 23 |
| y | 11 | 15 | 17 | 19 | 13 |

問1 x の平均値 \bar{x} は $\boxed{\quad(15)\quad}$, y の平均値 \bar{y} は $\boxed{\quad(16)\quad}$ である。

問2 y の分散は $\boxed{\quad(17)\quad}$ である。

問3 x と y の共分散 s_{xy} は x の偏差と y の偏差の積 $(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ ($i = 1, 2, 3, 4, 5$) の平均値で表される。 $s_{xy} = \boxed{\quad(18)\quad}$ である。

数学 (その2)

第4問 以下の問い(問1~3)に答えよ。

問1 第1問 問2 で求めた m に対して、 $m^2 - 1$ を計算し、これを素因数分解すると (19) となる。

問2 $10 \leq n \leq 20$ を満たすすべての素数 n に対して $n^2 - 1$ を計算したとき、それらの最大公約数は (20) である。

問3 p が3より大きい素数であるとき、 $p^2 - 1$ は24で割り切れることの証明を記述欄 (21) に記せ。

第5問 以下の問い(問1, 2)に答えよ。

問1 関数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 4x + 1$ は $x =$ (22) のとき極大値 (23) をとる。

問2 2つの放物線 $y = 2x^2 - 2x - 10$ と $y = x^2 - 3x - 4$ で囲まれてできる図形の面積は (24) である。