

数学 (その1)

第1問 以下の問い(問1~4)に答えよ。

問1 2次方程式 $2x^2 + 4x - 1 = 0$ の2つの解は $x =$ である。

問2 関数 $y = (2+x)(4-x)$ の最大値は である。

次に x の範囲が $-2 < x < 4$ の場合, $x =$ のとき関数 $y = \log_3(2+x) + \log_3(4-x)$ は最大値 をとる。

問3 縦の長さ \times 横の長さの合計が12の長方形において縦の長さを x とおき, この長方形の面積 $S(x)$ を x を用いて表すと, $S(x) =$ である。また $x =$ のとき $S(x)$ は最大値 をとる。

問4 k を正の整数とし, 10進法で表された k 桁の整数

$$a_k a_{k-1} \cdots a_2 a_1 = a_k \times 10^{k-1} + a_{k-1} \times 10^{k-2} + \cdots + a_2 \times 10^1 + a_1 \times 10^0 \quad (*)$$

を $a_1, a_2, \dots, a_{k-1}, a_k$ は0から9までの整数で $a_k \neq 0$ という条件の下で考える。

このように表された7桁の整数 $2abcd63 \cdots$ ① と $4abcd6 \cdots$ ② に対して, ①を2倍したものが②に等しいとき a, b, c, d を求めると $(a, b, c, d) =$ である。

第2問 A, C, G, T の文字が1文字ずつ書かれた4枚のカードがあり, それらを袋に入れる。以下の問いにおいて袋は区別しないとする。

問1 二つの袋にカードを2枚ずつ入れる組み合わせの数は である。

問2 二つの袋にカードを入れる組み合わせの数は である。ただし, それぞれの袋にはカードを少なくとも1枚は入れるものとする。

問3 三つの袋にカードを入れる組み合わせの数は である。ただし, それぞれの袋にはカードを少なくとも1枚は入れるものとする。

第3問 $0 \leq \theta < 2\pi$ とし, $4 \sin \theta - \cos 2\theta = k$ とおく。

問1 $x = \sin \theta$ とおくとき, k を x を用いて表すと $k =$ であり, $k = 0$ となるときの $\sin \theta$ の値は である。 と の求め方を に記すこと。

問2 k の値の範囲は $\leq k \leq$ である。

数学 (その2)

第4問 以下 第1問 の 問4 の (*) とその条件に従って表される整数を考える。 n 桁の整数 $a_n a_{n-1} \cdots a_2 a_1$ と 1 桁の整数 b に対して、それぞれの値を α, β とおく。ただし $n \geq 1$, $a_n \neq 0, b \neq 0$ である。

問1 このような $n+1$ 桁の整数 $a_n a_{n-1} \cdots a_2 a_1 b$ を α, β を用いて表すと である。

問2 同様に $n+1$ 桁の整数 $b a_n a_{n-1} \cdots a_2 a_1$ を α, β を用いて表すと である。

問3 上記の $a_n a_{n-1} \cdots a_2 a_1 b$ と $b a_n a_{n-1} \cdots a_2 a_1$ において、 $a_n a_{n-1} \cdots a_2 a_1 b$ の 2 倍が $b a_n a_{n-1} \cdots a_2 a_1$ に等しくなるとき、 α を β を用いて表すと $\alpha =$ である。

第5問 四辺の長さの合計が 24 である長方形 ABCD において辺 AB の長さを x とおく。

問1 長方形 ABCD を底面とし、高さを x とした直方体の体積 $V(x)$ を x を用いて表すと $V(x) =$ であり、その導関数は である。

問2 また $x =$ のとき $V(x)$ は最大値 をとる。