

数 学 (その 1)

問題 1

次の問いに答えよ。

- (1) x を正の実数とすると、関数 $f(x) = \left(x^2 + \frac{16}{x^2}\right)^2 - 2\left(x^2 + \frac{16}{x^2}\right) + 4$ の最小値は $\boxed{\text{アイ}}$ であり、そのときの x の値は $\boxed{\text{ウ}}$ である。
- (2) 3 つの実数 a, b, c からなるデータの平均値が 5, 標準偏差が 2 のとき,
 $a^2 + b^2 + c^2 = \boxed{\text{エオ}}$, $ab + bc + ca = \boxed{\text{カキ}}$ である。
- (3) $|\overrightarrow{AB}| = 4$, $|\overrightarrow{AC}| = 2$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4$ となるような $\triangle ABC$ を考える。頂点 C から辺 AB に引いた垂線を CP とすると $\overrightarrow{AP} = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\overrightarrow{AB}$ であり、 $\triangle ABC$ の面積は $\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ である。
- (4) 整数 x, y が $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}$, $x > y > 0$ を満たすとき、 x が最大となる (x, y) の組合せは $(\boxed{\text{シス}}, \boxed{\text{セ}})$ である。
- (5) $(x + y + xy)^6$ を展開すると、 x^2y^4 の係数は $\boxed{\text{ソタ}}$ であり x^5y^3 の係数は $\boxed{\text{チツ}}$ である。
- (6) $x + y + z < 10$ を満たす自然数 x, y, z の組 (x, y, z) は $\boxed{\text{テト}}$ 組ある。
- (7) 実数 a, b, x, y が $a^2 + b^2 = 49$, $x^2 + y^2 = 36$ を満たすとき、 $ax + by$ の最大値は $\boxed{\text{ナニ}}$ である。
- (8) 自然数 a, b, c に対して $a^3 + b^3 - a^2b - ab^2 - ac^2 - bc^2 = 36$ が成り立つとき、 $abc = \boxed{\text{ヌネ}}$ である。
- (9) xy 平面上で不等式 $3|x^2 - 1| + |2y + 5| \leq 9$ の表す領域の面積は $\boxed{\text{ノハ}}$ である。
- (10) $\sum_{k=1}^4 \cos \frac{2k\pi}{9} = \frac{\boxed{\text{ヒフ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$ である。
- (11) 曲線 $y = x^3$ の接線が点 $(1, 81)$ を通るとき、この接線の傾きは $\boxed{\text{ホマ}}$ である。

数 学 (その 2)

問題 2

次の問いに答えよ。

- (1) 円周率の定義を述べよ。
- (2) 角の大きさについて、弧度法での 1 ラジアンラジアンの定義を述べ、それが度数法での 60° よりも小さいことを示せ。
- (3) (2) の定義から、半径 r で中心角 θ (ラジアン) の扇形の面積が $\frac{1}{2} r^2 \theta$ で与えられることを証明せよ。

数 学 (その 3)

問題 3

原点を O とする xy 平面上の 2 点 $P(p, 0)$, $Q(0, q)$ が $p^2 + q^2 = 4$, $p \geq 0$, $q \geq 0$ を満たすように動く。線分 PQ の中点を M , 直線 OM と x 軸がなす角を θ とし, $\triangle PQR$ が正三角形になるように第 1 象限に点 R をとる。次の問いに答えよ。

- (1) 点 R の座標を θ を用いて表せ。
- (2) 線分 OR の長さの最大値と最小値を求めよ。