

数学 (その1)

第1問 以下の問い(問1~6)に答えよ。

問1 2次方程式 $x^2 + bx + c = 0$ が異なる2つの実数解をもつのは係数 b, c の間に の関係が成り立つときである。

問2 $\log_{10} 2 = 0.301, \log_{10} 3 = 0.477$ として計算すると $\log_{10} \frac{15}{16}$ の値は である。

問3 多項式 P を0でない多項式 D で割ったときの商を Q , 余りを R とするとき, P を D, Q, R を用いて表すと $P =$ である。

問4 三角形 OAB において $\angle AOB = \theta$ とする(図1)。 AB^2 を OA, OB, θ を用いて表すと $AB^2 =$ である。

問5 8以下の素数の集合を A , 偶数全体の集合を B , 4以下の自然数の集合を C とする。 $A \cap B$ に属する要素は であり, $A \cap B \cap C$ に属する要素は である。

問6 $f(h) = h^3 - 3h^2 + h$ のとき $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)}{h} =$ である。

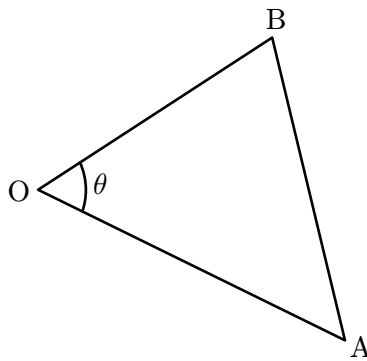


図1

第2問 b, c を定数とし, 放物線 $y = x^2 + bx + c$ が異なる2点 A, B で x 軸と交わるとする。

問1 線分 AB の長さを b, c を用いて表すと である。

問2 線分 AB の長さが2で, b, c ともに1桁の自然数であるならば $(b, c) =$ である。求め方を記述欄 に記すこと。

数学 (その2)

第3問 ある国は毎年4月1日時点の人口を公表している。ここ数年は前年の人口の $\frac{15}{16}$ 倍になっている。毎年この割合で減少していくと仮定する。さらに2024年4月1日時点のこの国の人口を K とする。

問1 2024年4月1日からちょうど n 年後のこの国の人口を K 、 n を用いて表すと (11) である。

問2 西暦 (12) 年4月1日に初めてこの国の人口が $\frac{K}{2}$ 以下になる。ただし、必要な対数の近似値は第1問の問2を利用すること。

第4問 多項式 $P(x)$ を $(x-a)^2$ で割ると $Ax+B$ 余り、 $x+a$ で割ると C 余る。ただし a 、 A 、 B 、 C は定数で $a \neq 0$ とする。

問1 $P(x)$ を $x-a$ で割ると余りは (13) である。

問2 $P(x)$ を x^2-a^2 で割ると余りは (14) である。

問3 $P(x) = x^3 - x^2 - 1$ とする。 $P(x)$ を $(x-a)^2$ で割ったときの商が $Q(x)$ で余りが $x-2$ のとき $a =$ (15), $Q(x) =$ (16) である。

第5問 座標平面上で図1の三角形 AOB を考え、原点 $O(0,0)$ 、点 $A(x_1, y_1)$ 、点 $B(x_2, y_2)$ とし、 $\angle AOB$ が $0 < \theta < \pi$ であるとする。

問1 $OA \cdot OB \cos \theta$ を x_1, y_1, x_2, y_2 を用いて計算し、簡潔な形で表すと (17) である。

問2 問1において $x_1 = 2k, y_1 = k, x_2 = k, y_2 = -2k$ (k は正の定数)のとき θ を求めると $\theta =$ (18) である。

数学 (その3)

第6問 三つの集合 A, B, C のいずれかに属する要素が 100 個ある。このうち A のみに属する (A に属し, B と C には属さない) 要素が 25 個, B のみに属する要素が 25 個, C のみに属する要素が 18 個である。 $A \cap B \cap C$ に属する要素が 2 個であり, $A \cap B, B \cap C, C \cap A$ に属する要素の個数はどれも等しいとする。

問1 $A \cap B$ に属する要素は 個である。

問2 C に属する要素は 個である。

第7問 多項式 $f(x)$ について

$$f(x+h) = f(x) + f(h) + 3xh(x+h) - 6xh$$

がすべての実数 x, h で成り立つとする。

問1 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)}{h} = 1$ のとき $f'(x) =$ である。

問2 $g(x) = f'(x)$ とおくと $g'(x) =$ である。

問3 $f(0) =$ である。

問4 $\int_0^1 f(x) dx =$ である。