

# 数学 (その1)

**第1問** 以下の問い合わせ（問1～5）に答えよ。

問1  $p, q, r$  を実数とする（ただし  $p \neq 0$ ）。 $x$  の2次方程式  $px^2 + qx + r = 0$  が異なる2つの実数解をもつような  $p, q, r$  の必要十分条件は (1) である。

問2 傾きが1の直線に直交する直線の傾きは (2) である。

問3 直線  $y = 3x$  と  $x$  軸とのなす角を  $\alpha$  ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ) とすると  $\tan \alpha$  の値は (3) である。

問4  $a$  の2次式  $4a^2 - 6a + 4$  を平方完成すると (4) となる。

問5  $\alpha, \beta$  を実数とする。 $\int_0^1 (\alpha x - \beta)^2 dx$  の値を  $\alpha, \beta$  を用いて表すと (5) である。

**第2問**  $a$  を正の定数とする。2次方程式  $x^2 - 2x \log_2 a + 2 \log_2 a^3 + 16 = 0 \cdots (*)$  について、以下の問い合わせ（問1, 2）に答えよ。

問1  $(*)$  が異なる2つの実数解をもつような  $a$  の範囲は (6) である。

問2  $(*)$  が重解をもつとする。このときの解  $x$  は (7) である。求め方を記述欄 (8) に記すこと。

**第3問**  $a, b$  を実数とする。座標平面上における直線  $\ell: y = x$  と3点  $O(0,0), A(1,3), B(a,b)$  に対して、以下の問い合わせ（問1～3）に答えよ。

問1  $\ell$  と A との距離は (9) である。

問2  $\ell$  が線分 AB の垂直二等分線になるとき、 $a = \boxed{(10)}$ ,  $b = \boxed{(11)}$  である。

問3 問2のとき2直線 OA, OB のなす角を  $\theta$  とすると  $\tan \theta$  の値は (12) である。

## 数学 (その 2)

**第4問** ある都市では図1のように道が格子状（東西に走る道と南北に走る道）に整備されている。なお、図1の矢印の向きが北であるとする。以下の問い合わせ（問1, 2）に答えよ。

問1 交差点Sから交差点Gまで最短経路で行くのは

(13) 通りある。そのうち交差点Sから交差

点Aを通って交差点Gまで行くのは (14) 通りある。

問2 交差点Sおよび通過する各交差点でさいころを投げ、

偶数の目が出たら東に、奇数の目が出たら南に進む

こととする。交差点Sから交差点Gに最短経路で

行った場合、さいころは (15) 回投げたことになる。次にさいころを (15) 回

投げても、交差点Sを出発して交差点Gに到達しないような確率は (16) である。

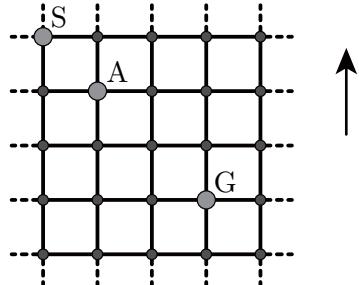


図1

**第5問**  $a, b$  を実数とし、 $I_{a, b} = \int_0^1 \{(3ax - 1)^2 + (3bx - a)^2\} dx$  とする。以下の問い合わせ（問1～3）に答えよ。

問1  $I_{a, b}$  の値を  $a, b$  を用いて表すと  $I_{a, b} = (17)$  である。

問2  $b = 1$ とした場合、 $a = (18)$  のとき  $I_{a, b}$  は最小値 (19) をとる。

問3  $I_{a, b}$  の値を  $a$  について平方完成すると (20) となることから、 $a = (21)$ ,  $b = (22)$  のとき  $I_{a, b}$  は最小値 (23) をとる。