数学　（その１）

第１問 以下の問い（問１～５）に答えよ。

問１ 放物線 $y=-x^2+\sqrt{3}x+1$ の頂点の座標は [(1)] である。

問２ 2 つのさいころを同時に投げるとき，出た目の積が偶数になる目の出方は [(2)] 通りある。

問３ a を実数とする。t の 2 次式 $(t^2-2at+a^2)-1$ を因数分解すると [(3)] となる。

問４ 関数 $f(x)=2x^3-3x^2-12x$ を微分すると $f'(x)=$ [(4)] である。

問５ ℓ を正の整数とし，10 進法で表わした ℓ 桁の整数

$$a_1a_2\cdots a_\ell = a_1\times 10^{\ell-1}+a_2\times 10^{\ell-2}+\cdots+a_\ell\times 10^0 \quad \cdots(*)$$

を考える。ここで a_k $(k=1,2,\cdots,\ell)$ は 0 以上 9 以下の整数，$a_1\neq 0$ とする。x，y，z が 0 以上 9 以下の整数とし，$x+y+z=xy$，$y=\log_3 z$ が成り立つとき，$x=$ [(5)]，$y=$ [(6)]，$z=$ [(7)] である。

第２問 $0\leqq x<2\pi$，a は実数とし，$f(x)=\sin^2 x+\sqrt{3}a\cos x$ とする。以下の問い（問１，２）に答えよ。

問１ $a=1$ とする。$x=$ [(8)] のとき $f(x)$ は 最大値 [(9)] をとる。

問２ $a\leqq -\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ のときの $f(x)$ の最大値を a を用いて表すと [(10)] であり，$-\dfrac{2}{\sqrt{3}}<a<\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ のときの $f(x)$ の最大値を a を用いて表すと [(11)] である。

第３問 以下の問い（問１，２）に答えよ。

問１ x の 4 次式 $\left(x^4-2x^3+x^2\right)-1$ を 2 次式の積に因数分解すると [(12)] となる。

問２ 4 次方程式 $x^4-2x^3+x^2-1=0$ の解のうち虚数であるもの $(x=\alpha\pm\beta i,\ \alpha,\ \beta$ は実数で $\beta>0$，i は虚数単位$)$ を求めると $\alpha=$ [(13)]，$\beta=$ [(14)] である。さらに $(\alpha+\beta i)^3=$ [(15)] である。

数学　（その２）

第４問 第１問，問５ の表記法 $(*)$ に従うものとする。以下の問い（問１～３）に答えよ。

問１ x，y，z が 0 以上 9 以下の整数とする。$xxx + yyy + zzz = zyyz$ が成り立つとき
$x =$ (16)，$y =$ (17)，$z =$ (18) である。

問２ x，y，z が問１を満たすとき，$\log_{10} xxx$，$\log_{10} yyy$ を $\log_{10} zzz$ を用いて表すと，それぞれ
(19)，(20) である。

問３ x，y，z が 1 以上 9 以下の整数のとき，$\log_{10}(x \times y \times z)$ を $\log_{10} xxx$，$\log_{10} yyy$，$\log_{10} zzz$ を用いて表すと (21) である。

第５問 3 次関数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$ とする。以下の問い（問１，２）に答えよ。

問１ $f(x)$ が極値をもつのは $x =$ (22) のときである。

問２ a を定数とする。 3 次方程式 $f(x) = a$ が異なる 3 個の実数解をもつのは a の範囲が
(23) のときである。求め方を記述欄 (24) に記すこと。