

数学 (その1)

第1問 以下の問い（問1～5）に答えよ。

問1 p, q, r を実数とする（ただし $p \neq 0$ ）。 x の2次方程式 $px^2 + qx + r = 0$ が異なる2つの実数解をもつような p, q, r の必要十分条件は である。

問2 傾きが1の直線に直交する直線の傾きは である。

問3 直線 $y = 3x$ と x 軸とのなす角を α ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$) とすると $\tan \alpha$ の値は である。

問4 a の2次式 $4a^2 - 6a + 4$ を平方完成すると となる。

問5 α, β を実数とする。 $\int_0^1 (\alpha x - \beta)^2 dx$ の値を α, β を用いて表すと である。

第2問 a を正の定数とする。2次方程式 $x^2 - 2x \log_2 a + 2 \log_2 a^3 + 16 = 0 \cdots (*)$ について、以下の問い（問1, 2）に答えよ。

問1 $(*)$ が異なる2つの実数解をもつような a の範囲は である。

問2 $(*)$ が重解をもつとする。このときの解 x は である。求め方を記述欄 に記すこと。

第3問 a, b を実数とする。座標平面上における直線 $\ell: y = x$ と3点 $O(0, 0)$, $A(1, 3)$, $B(a, b)$ に対して、以下の問い（問1～3）に答えよ。

問1 ℓ と A との距離は である。

問2 ℓ が線分 AB の垂直二等分線になるとき、 $a =$, $b =$ である。

問3 問2のとき2直線 OA, OB のなす角を θ とすると $\tan \theta$ の値は である。

数学 (その2)

第4問 ある都市では図1のように道が格子状（東西に走る道と南北に走る道）に整備されている。なお、図1の矢印の向きが北であるとする。以下の問い（問1，2）に答えよ。

問1 交差点 S から交差点 G まで最短経路で行くのは
 通りある。そのうち交差点 S から交差点 A を通って交差点 G まで行くのは 通りある。

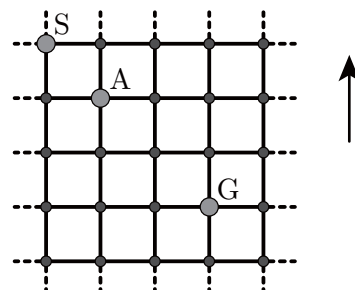


図1

問2 交差点 S および通過する各交差点でさいころを投げ、偶数の目が出たら東に、奇数の目が出たら南に進むこととする。交差点 S から交差点 G に最短経路で行った場合、さいころは 回投げたことになる。次にさいころを 回投げても、交差点 S を出発して交差点 G に到達しないような確率は である。

第5問 a, b を実数とし、 $I_{a,b} = \int_0^1 \{(3ax - 1)^2 + (3bx - a)^2\} dx$ とする。以下の問い（問1～3）に答えよ。

問1 $I_{a,b}$ の値を a, b を用いて表すと $I_{a,b} =$ である。

問2 $b = 1$ とした場合、 $a =$ のとき $I_{a,b}$ は最小値 をとる。

問3 $I_{a,b}$ の値を a について平方完成すると となることから、 $a =$,
 $b =$ のとき $I_{a,b}$ は最小値 をとる。