第１問

問１　糸1，糸2の張力の大きさをそれぞれT，S，求める加速度の大きさをaとする。A，B，Cそれぞれに対する運動方程式より，

おもりA　：　$5m\cdot a=5mg-T$

小物体B　：　$m\cdot a=T-mg-S$

小物体C　：　$m\cdot a=S-mg$

3式より，$a=\dfrac{3}{7}g$

問２　点P_1から角度θの位置までの円弧の長さ分だけ，おもりAは落下する。
よって，求める距離は$R\theta$である。

問３　小物体Bが点P_1の位置から角度θの位置まで運動する間，おもりAは$R\theta$だけ下がり，小物体Bは$R\sin\theta$，小物体Cは$R\theta$だけ上がる。よって力学的エネルギー保存則より，

$$\frac{1}{2}7m\cdot {v_1}^2=\frac{1}{2}7mv^2+mgR\sin\theta+mgR\theta-5mgR\theta$$

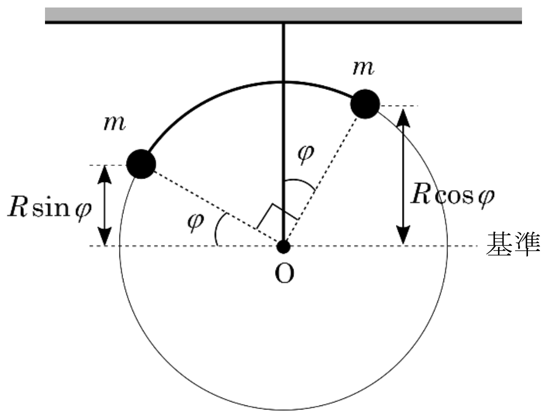
これより，

$$v=\sqrt{{v_1}^2+\frac{2}{7}gR(4\theta-\sin\theta)}$$

問４　右図より，小物体 C，B の重力による位置エネルギーの和をUとすると，

$$U=mgR\sin\varphi+mgR\cos\varphi$$

$$=mgR(\sin\varphi+\cos\varphi)$$



問５　小物体B，Cの速さが最小となるのは，**問４**で求めた重力による位置エネルギーの和が最大となるときである。つまり，$\sin\varphi+\cos\varphi$が最大となるときのことを考えればよい。三角関数の合成より，

$$\sin\varphi+\cos\varphi=\sqrt{2}\sin\left(\varphi+\frac{\pi}{4}\right)$$

これより，

$$\sin\left(\varphi+\frac{\pi}{4}\right)=1 \qquad \Rightarrow \qquad \varphi+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2} \qquad \therefore\ \varphi=\frac{\pi}{4}$$

のときUは最大となり，小物体B，Cの速さは最小となる。

このときの小物体Cの，点Oを通る水平面からの高さは，

$$R\sin\frac{\pi}{4}=\frac{1}{\sqrt{2}}R\left(=\frac{\sqrt{2}}{2}R\right)$$

第２問

問１　スイッチS_1のみを閉じた直後，C_1に蓄えられる電気量は0Cであるので，C_1の電圧は0Vとなる。R_1，R_2に流れる電流をI〔A〕として，キルヒホッフ第２法則より，

$$15-15I-5.0I=0 \qquad \therefore\ I=0.75\,\mathrm{A}$$

問２　スイッチS_1を閉じて十分に時間が経過すると，C_1の充電が完了し，R_1，R_2に流れる電流が0Aとなる。このときC_1に蓄えられる電気量をQ_1〔C〕として，キルヒホッフ第２法則より，

$$15-\frac{Q_1}{20\mu}=0 \qquad \therefore\ Q_1=300\mu\mathrm{C}=3.0\times10^{-4}\,\mathrm{C}$$

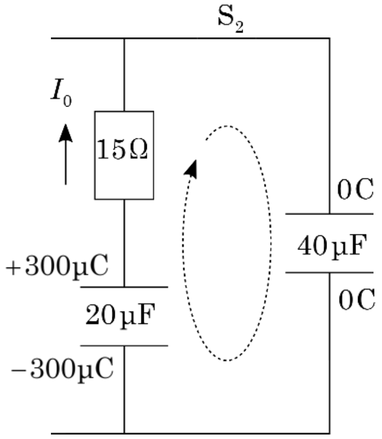
よって，C_1に蓄えられる静電エネルギーをU_1〔J〕とすると，

$$U_1=\frac{{Q_1}^2}{2C_1}=\frac{(300\mu)^2}{2\cdot20\mu}=2.25\times10^{-3}\fallingdotseq2.3\times10^{-3}\,\mathrm{J}$$

問３　スイッチS_2を閉じた直後，２つのコンデンサーに蓄えられている電気量は，C_1は300μC，C_2は0Cである。このときR_1には，右図の向きに大きさI_0〔A〕の電流が流れる。

　キルヒホッフ第２法則より，

$$\frac{300\mu}{20\mu}-15I_0-\frac{0}{40\mu}=0 \qquad \therefore\ I_0=1.0\,\mathrm{A}$$



問４　C_1，C_2に蓄えられる電気量を，右図のようにq_1〔C〕，q_2〔C〕と定義する。

　キルヒホッフ第２法則より，

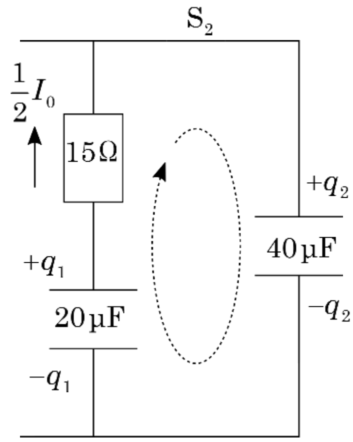
$$\frac{q_1}{20\mu}-15\cdot\frac{1}{2}I_0-\frac{q_2}{40\mu}=0$$

$\Rightarrow$　　$2q_1-q_2=300\mu$

　電荷保存則より，

$$q_1+q_2=300\mu$$

以上２式より，$q_2=100\,\mu\mathrm{C}=1.0\times10^{-4}\,\mathrm{C}$



問５　スイッチS_2を閉じて十分に時間が経過したとき，C_1，C_2に蓄えられる電気量をそれぞれQ_1'〔C〕，Q_2'〔C〕とする。また，このときR_1，R_2に流れる電流は0Aである。

キルヒホッフ第2法則より，

$$\frac{Q_1'}{20\mu}-\frac{Q_2'}{40\mu}=0$$

電荷保存則より，

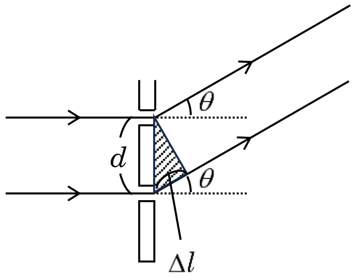
$$Q_1'+Q_2'=300\mu$$

以上2式より，$Q_1'=100\,\mu\mathrm{C}$，$Q_2'=200\,\mu\mathrm{C}$となることがわかる。

スイッチS_2を閉じて十分時間が経過するまでの間のC_1，C_2に蓄えられる静電エネルギーの減少量が，R_1で発生するジュール熱H〔J〕となる。

$$H=\frac{Q_1^{\ 2}}{2C_1}-\left(\frac{Q_1'^2}{2C_1}+\frac{Q_2'^2}{2C_2}\right)=1500\,\mu\mathrm{J}=1.5\times10^{-3}\,\mathrm{J}$$

第３問



問１　経路差を θ とすると，右図の斜線部分の直角三角形に注目して，

$$\Delta l = d\sin\theta$$

問２　スクリーン上の明線について，強め合う条件より，

$$d\sin\theta = m\lambda \quad (m \text{は0以上の整数}) \quad \cdots①$$

$0° < \theta \leqq 60°$ の範囲で点Oに最も近い明線は，$m=1$ として，

$$d\sin\theta = \lambda \qquad \therefore \sin\theta = \frac{\lambda}{d} \quad \cdots②$$

問３　1 cm あたり5000本のスリットがあるから，

$$d = \frac{1\times10^{-2}}{5000} = 2.0\times10^{-6}\ \mathrm{m}$$

問４　①より，

$$\sin\theta = m\frac{\lambda}{d} = m\frac{6.0\times10^{-7}}{2.0\times10^{-6}} = 0.30m \quad \cdots②$$

$0 \leqq \sin\theta \leqq \sin 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ であるから，②より，

$$0 \leqq 0.30m \leqq \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \therefore 0 \leqq m \leqq \frac{5\sqrt{3}}{3} \fallingdotseq 2.8$$

したがって，スクリーン上には $m=0$ に対応する明線（点 O）と，$m=1,\ 2$ に対応する明線（それぞれ２つずつ）の合計５本の明線が現れる。

問５　②より，点 O に最も近い明線の $\sin\theta$ の値は波長に比例する。したがって，波長の長い光による明線ほど点Oから遠くなる。ゆえに，明線の並びは点Oに近い方から順に，青色の明線，緑色の明線，赤色の明線となる。よって、BGR。

第４問

問１　作用・反作用の法則より，ピストンが受ける力積と気体分子が受ける力積は同じ大きさで逆向きである。また，気体分子が受ける力積は気体分子の運動量変化に等しい。衝突によって気体分子の速度の x 成分は $-v_x$ となるから，$I=-\left\{m\cdot\left(-v_x\right)-mv_x\right\}=2mv_x$

問２　微小時間 Δt の間に**問１**の気体分子から受ける力積を I_1 とすると，

$$I_1=2mv_x\times\frac{v_x\Delta t}{2L}=\frac{m{v_x}^2\Delta t}{L}$$

微小時間 Δt の間にピストンが気体全体から受ける力積を I_N とすると，すべての気体分子についての和を $\sum$ で表して，$I_N=\sum I_1=\dfrac{m\Delta t}{L}\sum{v_x}^2$

ここで，$\overline{{v_x}^2}=\dfrac{1}{N}\sum{v_x}^2$，$\overline{{v_x}^2}=\dfrac{1}{3}\overline{v^2}$ より，$I_N=\dfrac{m\Delta t}{L}\cdot N\overline{{v_x}^2}=\dfrac{Nm\overline{v^2}\Delta t}{3L}$

問３　気体の圧力を p とすると，ピストンが気体から受ける力の大きさは pL^2 であることから，

$$I_N=pL^2\Delta t \qquad \therefore\ p=\frac{I_N}{L^2\Delta t}=\frac{Nm\overline{v^2}}{3L^3}$$

問４　ピストンとの衝突のはね返り係数が 1 であることから，

$$1=-\frac{{v_x}'-u}{v_x-u} \qquad \therefore\ {v_x}'=-v_x+2u$$

u^2 に比例する項を無視すると，

$$\Delta K=\frac{1}{2}m{v_x}'^2-\frac{1}{2}m{v_x}^2=\frac{1}{2}m\left(-v_x+2u\right)^2-\frac{1}{2}m{v_x}^2\fallingdotseq\frac{1}{2}m\left({v_x}^2-4v_xu\right)-\frac{1}{2}m{v_x}^2=-2mv_xu$$

問５　微小時間 Δt の間の**問４**の気体分子の運動エネルギー変化を ΔK_1 とすると，

$$\Delta K_1=-2mv_xu\times\frac{v_x\Delta t}{2L}=-\frac{m{v_x}^2u\Delta t}{L}$$

気体の内部エネルギー変化 ΔU は，すべての気体分子についての和を $\sum$ で表して，

$$\Delta U=\sum\Delta K_1=-\frac{mu\Delta t}{L}\sum{v_x}^2$$

ここで，$\overline{{v_x}^2}=\dfrac{1}{N}\sum{v_x}^2$，$\overline{{v_x}^2}=\dfrac{1}{3}\overline{v^2}$ より，$\Delta U=-\dfrac{mu\Delta t}{L}\cdot N\overline{{v_x}^2}=-\dfrac{Nm\overline{v^2}u\Delta t}{3L}$

問６　微小変化で気体がした仕事は圧力と体積変化の積で求められる。**問３**の結果より，気体の圧力は $\dfrac{Nm\overline{v^2}}{3L^3}$ であり，体積変化は $L^2u\Delta t$ であるから，$W=\dfrac{Nm\overline{v^2}}{3L^3}\cdot L^2u\Delta t=\dfrac{Nm\overline{v^2}u\Delta t}{3L}$

これと**問５**の結果を用いると，$W+\Delta U=0$ であることがわかる。一方，気体が吸収した熱量を Q とすると，断熱変化であるので $Q=0$ である。以上より，熱力学第一法則 $Q=W+\Delta U$ が成立していることが示された。