数　学（その１）

問題 1

次の問いに答えよ。

(1) 関数 $y = \sin 2x - 8\cos x + 8\sin x + 8\sqrt{2}$ の最小値は $\boxed{\text{アイ}}$ である。

(2) 関数 $y = \dfrac{x+3}{x^2+x+30}$ の最大値は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(3) $\left(\log_{\frac{1}{9}} 6561\right)\left(\log_{4096} \dfrac{1}{16}\right) = \dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(4) 3 個のサイコロを振って出た目の数の積が 30 で割り切れる確率は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$ である。

(5) 座標平面上で $-2 \leqq x \leqq 4$，$(y-x^2)(y+x^2-2x-4) \leqq 0$ を満たす領域の面積は $\boxed{\text{コサ}}$ である。

(6) 正の整数 x，y が $(3x+y-8)(x+2y-7) = 15$ を満たすとき，$x = \boxed{\text{シ}}$，$y = \boxed{\text{ス}}$ である。

(7) $x = 5+\sqrt{3}i$ のとき，$x^5 - 9x^4 + 21x^3 + 64x + 70 = \boxed{\text{セソ}}$ である。ただし i は虚数単位とする。

(8) 10 進法の数 2026 を 8 進法で表すと $\boxed{\text{タチツテ}}_{(8)}$ となる。

(9) 四面体 ABCD において，$\mathrm{AB} = \mathrm{BC} = \mathrm{CA} = a$，$\mathrm{AD} = 2$，$\mathrm{AD} \perp \mathrm{AB}$，$\mathrm{AD} \perp \mathrm{AC}$ とする。

四面体 ABCD の全ての頂点を通る球の半径が 7 のとき，$a = \boxed{\text{トナ}}$ である。

(10) $a_1 = \dfrac{1}{2026}$，$a_{n+1} = \dfrac{a_n}{1+a_n}$　$(n = 1, 2, 3, \cdots)$ で定められた数列 $\{a_n\}$ がある。このとき，$a_{2026} = \dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌネノハ}}}$ である。

数　学（その２）

問題２

$\mathrm{AB} = \mathrm{AC} = 1$，$\mathrm{BC} = 2r$ $\left(0 < r < \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$ となる二等辺三角形 ABC がある。辺 BC の中点を中心とした半径 r の円を 円 O とする。円 O と辺 AB の交点のうち点 B でない交点を D とし，辺 BC に関して点 A と対称となる点を A' とする。次の問いに答えよ。

(1) 線分 AD の長さを r を用いて表せ。

(2) 線分 $\mathrm{A}'\mathrm{D}$ の長さを r を用いて表せ。

数　学（その３）

問題３

n，x，y，z を負でない整数とする。次の問いに答えよ。

(1) $x+2y=2n$ を満たす $(x,\ y)$ の組の個数を n で表せ。

(2) $x+2y \leqq 2n$ を満たす $(x,\ y)$ の組の個数を n で表せ。

(3) $x+y+z=n$ を満たす $(x,\ y,\ z)$ の組の個数を n で表せ。

(4) $x+y+z \leqq n$ を満たす $(x,\ y,\ z)$ の組の個数を n で表せ。