数学　（その１）

第１問　以下の問い（問１～４）に答えよ。

問１　$288 = 2^p \cdot 3^q$ が成り立つ自然数 p，q は $(p, q) = \boxed{\quad (1) \quad}$ である。

問２　2 次不等式 $x^2 - 5x - 6 > 0$ の解は $\boxed{\quad (2) \quad}$ である。

問３　関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ の導関数は $f'(x) = \boxed{\quad (3) \quad}$ である。

問４　データ 52，55，59，61，71，74 の平均値は $\boxed{\quad (4) \quad}$ であり，標準偏差は $\boxed{\quad (5) \quad}$ である。

第２問　実数 a，b に対して $5^a = 10$，$2^b = 3$ とする。以下の問い（問１～３）に答えよ。

問１　a を用いて表すと $\log_5 2 = \boxed{\quad (6) \quad}$ である。

問２　b を用いて表すと $\log_2 288 = \boxed{\quad (7) \quad}$ である。

問３　a，b を用いて表すと $\log_{10} 288 = \boxed{\quad (8) \quad}$ である。

第３問　以下の問い（問１～３）に答えよ。

問１　連立不等式

$$\begin{cases} x^2 + 3x - 40 < 0 \\ \\ x^2 - 5x - 6 > 0 \end{cases}$$

の解は $\boxed{\quad (9) \quad}$ である。

問２　a を定数とする。2 次不等式 $x^2 - ax - 6a^2 < 0$ の解は，$a > 0$ のとき $\boxed{\quad (10) \quad}$ であり，$a < 0$ のとき $\boxed{\quad (11) \quad}$ である。

問３　$\boxed{\quad (9) \quad}$ の範囲にあるすべての x について $x^2 - ax - 6a^2 < 0$ が成り立つならば，定数 a の値の範囲は $\boxed{\quad (12) \quad}$ である。求め方を記述欄 $\boxed{\quad (13) \quad}$ に記すこと。

数学　（その２）

第４問　$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ とする。以下の問い（問１～３）に答えよ。

問１　関数 $f(x)$ は $x = \alpha_1$ で極大値 β_1 をとり，$x = \alpha_2$ で極小値 β_2 をとるとき，$(\alpha_1, \beta_1) =$ $\boxed{(14)}$，$(\alpha_2, \beta_2) =$ $\boxed{(15)}$ である。

問２　問１の α_1，β_1，α_2，β_2 に対して，放物線 $y = g(x)$ は頂点が点 (α_1, β_1) で，点 (α_2, β_2) を通るとき $g(x) =$ $\boxed{(16)}$ である。

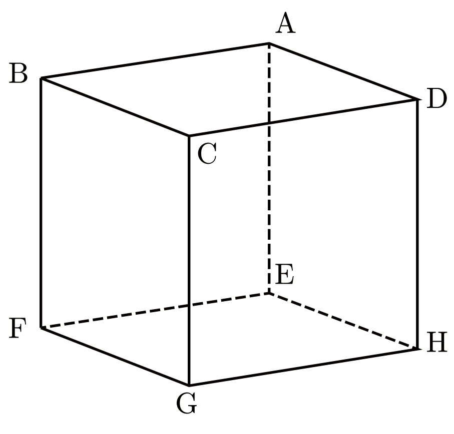
問３　問２で得た $g(x)$ に対して，不等式 $f(x) \leqq g(x)$ が成り立つ x の範囲は $\boxed{(17)}$ である。また，2 つの曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ で囲まれた図形の面積は $\boxed{(18)}$ である。

第５問　三角形 ABC において，辺 AB，BC，CA を 1 : 3 に内分する点を，それぞれ D，E，F とする。2 つの線分 AE と CD の交点を P，2 つの線分 BF と AE の交点を Q，2 つの線分 CD と BF の交点を R とする。以下の問い（問１，２）に答えよ。

問１　AP : PE = $\boxed{(19)}$ である。

問２　三角形 CAP の面積は三角形 CAE の面積の $\boxed{(20)}$ 倍，三角形 CAE の面積は三角形 ABC の面積の $\boxed{(21)}$ 倍，三角形 PQR の面積は三角形 ABC の面積の $\boxed{(22)}$ 倍である。

第６問　図のような一辺の長さを 1 とする立方体 ABCD－EFGH がある。以下の問い（問１，２）に答えよ。



問１　三角形 AFH の面積は $\boxed{(23)}$ である。

問２　2 つの直線 AF と BE の交点を P，2 つの直線 EG と FH の交点を Q とするとき，四角形 APQH の面積は $\boxed{(24)}$ である。次に線分 PQ の中点を R とすると，$\cos\angle\mathrm{ERF}$ の値は $\boxed{(25)}$ である。