

数学 (その1)

第1問 以下の問い(問1～4)に答えよ。

問1 p を実数の定数とする。2 次方程式 $4x^2 - x + p = 0$ の 2 つの解の和は である。

問2 2 次式 $2t^2 + 2t + 3$ を平方完成すると である。

問3 a, b を正の定数とする。 $y = -ax + b$ が成り立つ実数 x, y に対して、 y が正の値をとるとき x の値の範囲は である。

問4 1 桁の素数から異なる 3 個を選び、それらの数字を使ってできる 3 桁の自然数は全部で 個ある。

第2問 $0 < a < r$ とする。座標平面上に原点 O を中心とした半径 r の円 C と、直線 $l: y = a$ がある。 C と l の第 1 象限での交点を A 、第 2 象限での交点を B とする。以下の問い(問1～3)に答えよ。

問1 線分 AB の長さは である。

問2 三角形 OAB の面積は である。

問3 点 A における C の接線と x 軸の交点を P とするとき、三角形 OPA の面積は である。

第3問 $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ とし、 p を実数の定数とする。2 次方程式 $4x^2 - x + p = 0$ の 2 つの解が $\sin \theta, \cos 2\theta$ であるとき、以下の問い(問1～3)に p を用いずに答えよ。

問1 $\sin \theta + \cos 2\theta$ の値は である。

問2 $\sin \theta$ の値は であり、 $\cos 2\theta$ の値は である。さらに $\cos \theta$ の値は である。

問3 p の値は である。

数学 (その2)

第4問 以下の問い(問1, 2)に答えよ。

問1 定義域が $1 \leq x \leq 4$ のとき、関数 $y = x^2 - 4x + 3$ の値域は $\boxed{(13)} \leq y \leq \boxed{(14)}$ である。

問2 定義域が $1 \leq x \leq 4$ のとき、関数 $y = 2(x^2 - 4x + 3)^2 + 2(x^2 - 4x + 3) + 3$ は $x = \boxed{(15)}$ のとき最大値 $\boxed{(16)}$ をとる。求め方を記述欄 $\boxed{(17)}$ に記すこと。

第5問 a を定数とし、関数 $f(x)$ と $g(x)$ を $f(x) = -4x + a$, $g(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2$ とする。座標平面上に直線 $l: y = f(x)$, 曲線 $C: y = g(x)$ があり、 l と C が異なる2点で接するとする。以下の問い(問1, 2)に答えよ。

問1 $g(x)$ の導関数は $g'(x) = \boxed{(18)}$ である。

問2 a の値は $\boxed{(19)}$ であり、接点の座標は $\boxed{(20)}$ である。

第6問 2つの等式

$$2^x + 3^y + 5^z = 7, \quad 2^{x-1} + 3^y + 5^{z+1} = 11$$

を同時に満たす実数 x, y, z について、以下の問い(問1~4)に答えよ。

問1 $\alpha = \log_{10} 2$ とおく。 $x = 1$ のとき z を α を用いて表すと $z = \boxed{(21)}$ である。

問2 $X = 2^x, Y = 3^y, Z = 5^z$ とおく。このとき X を用いて表すと、 $Y = \boxed{(22)}$, $Z = \boxed{(23)}$ となる。

問3 $P = 2^{x+1} + 3^y + 5^{z+1}$ とおく。問2で定めた X を用いて表すと $P = \boxed{(24)}$ となる。

問4 問3で定めた P のとり得る値の範囲は $\boxed{(25)}$ である。