数学　（その１）

第１問　以下の問い（問１～４）に答えよ。

問１　i を虚数単位とする。$(1+i)(1-i)$ を計算すると $\boxed{\quad(1)\quad}$ に等しい。

問２　$0<a<b<c$ とする。a，b，c の間に不等式 $\boxed{\quad(2)\quad}$ が成り立つとき，3 辺の長さが a，b，c である三角形をつくることができる。

問３　k を定数とする。定積分 $\displaystyle\int_0^k x(k-x)dx$ の値を k を用いて表すと $\boxed{\quad(3)\quad}$ である。

問４　座標平面上において，中心が点 $(2,\ 0)$ で半径が 1 の円の方程式を $x^2+y^2+\alpha x+\beta y+\gamma=0$ と表すと，$(\alpha,\ \beta,\ \gamma)=\boxed{\quad(4)\quad}$ である。

第２問　i を虚数単位とする。以下の問い（問１，２）に答えよ。

問１　$(1+i)^n$ が実数となる自然数 n のうち最小のものを N とすると，$N=\boxed{\quad(5)\quad}$ であり，$(1+i)^N=\boxed{\quad(6)\quad}$ である。

問２　$(1+i)^{10}(1-i)^3=\alpha+\beta i$ (α, β は実数) とおくと，$(\alpha,\ \beta)=\boxed{\quad(7)\quad}$ である。

第３問　1 以上 6 以下の自然数から異なる 3 個を選び，それらを a，b，c (ただし $a<b<c$) とする。以下の問い（問１～３）に答えよ。

問１　a，b，c の組み合わせは全部で $\boxed{\quad(8)\quad}$ 通りある。

問２　3 辺の長さが a，b，c の三角形は全部で $\boxed{\quad(9)\quad}$ 個ある。

問３　問２のうち $c=4$ のときを考える。この三角形の 3 つの内角のうち最大の角の大きさを θ とすると，$\cos\theta$ の値は $\boxed{\quad(10)\quad}$ である。

数学　（その２）

第４問

等式

$$\frac{x^2-3x+5}{(x-1)(x^2+1)}=\frac{a}{x-1}+\frac{bx+c}{x^2+1}$$

が x についての恒等式になるように定数 a，b，c の値を定める。以下の問い（問１，２）に答えよ。

問１　このとき $(a, b, c) =$ $\boxed{\quad(11)\quad}$ である。

問２　問１で得た定数 a，b，c を用いて $f(x)=ax^2+bx+c$ と定義する。不等式 $f(x)<0$ の解は $\boxed{\quad(12)\quad}$ である。また関数 $f(x)$ の最小値は $\boxed{\quad(13)\quad}$ である。

第５問

x を実数，k を正の実数とする。$A=2\cdot\left(\dfrac{k}{2}\right)^{2x}$，$B=\dfrac{k^{2x+1}}{4^x}$ とおく。以下の問い（問１，２）に答えよ。

問１　$\dfrac{A}{B}>1$ がすべての x で成り立つための k の値の範囲は $\boxed{\quad(14)\quad}$ である。

問２　$k=8$ とする。$\left(\dfrac{A}{B}\right)^{1013}$ を小数で表すとき，小数第 $\boxed{\quad(15)\quad}$ 位に初めて 0 でない数字が現れる。ただし $\log_{10}2=0.301$ とする。求め方を記述欄 $\boxed{\quad(16)\quad}$ に記すこと。

数学　（その３）

第６問　k と m は定数で $0 \leqq m < k$ とし，座標平面上で放物線 $C : y = -x^2 + kx$ と直線 $l : y = mx$ を考える。C と l で囲まれた図形の面積を S とする。以下の問い（問１～３）に答えよ。

問１　C と l の交点の座標は $\boxed{\quad (17) \quad}$ である。

問２　S を k と m を用いて表すと $S = \boxed{\quad (18) \quad}$ である。

問３　C と x 軸で囲まれた図形の面積を S_0 とする。問２で得た S に対して $S_0 = 8S$ となる m の値を k を用いて表すと $m = \boxed{\quad (19) \quad}$ である。

第７問　座標平面上において，中心が点 $(a,\ 0)$ で半径が r の円を C とする（ただし $0 < r < a$）。以下の問い（問１，２）に答えよ。

問１　原点 $(0, 0)$ を通る C の接線の傾きを a と r を用いて表すと $\boxed{\quad (20) \quad}$ である。

問２　$\sqrt{2}r < a$ の場合，問１で得た２本の接線のなす角を θ とするとき，$\tan\theta$ の値を a と r を用いて表すと $\boxed{\quad (21) \quad}$ である。ただし $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ とする。