

第 1 問

問 1

外力 F_0 を加えたときの加速度を a_0 とする。このとき、小物体が台からうける摩擦力は最大摩擦力で、小物体の進行方向に向く。また、その反作用が台にはたらくことを考慮すると、小物体と台それぞれの運動方程式は、

$$\text{小物体} : ma_0 = \mu_0 mg$$

$$\text{台} : Ma_0 = F_0 - \mu_0 mg$$

この 2 式より、

$$F_0 = \mu_0 (M + m)g$$

問 2

(ア)

台が小物体から受ける動摩擦力は進行方向と逆向きに大きさ μmg となる。よって、台の仕事と力学的エネルギーの関係式は、

$$\frac{1}{2}MV^2 = -\mu mgX + FX \quad \cdots \textcircled{1}$$

(イ)

小物体が台から受ける動摩擦力は進行方向で、大きさ μmg となる。よって、小物体の仕事と力学的エネルギーの関係式は、

$$\frac{1}{2}mv^2 = \mu mgx \quad \cdots \textcircled{2}$$

(ウ)

求める距離を l とすると、 $l = X - x$ であるので、①、②式を用いて、

$$l = \frac{1}{2} \left(\frac{MV^2}{F - \mu mg} - \frac{v^2}{\mu g} \right)$$

問 3

一定の大きさの力が与えた力積の大きさ I は $I = F \Delta t$ となる。また、外力 F は正の向きの力なので、力積も正の値となる。以上より、求める力積は、

$$I = F \Delta t$$

問 4

(エ)

物体が受けた力積が物体の運動量の変化量になるので、

$$-\mu mg \cdot \Delta T = MU - MV \quad \cdots \textcircled{3}$$

(オ)

(エ) と同様にして、

$$\mu mg \cdot \Delta T = mU - mv \quad \cdots \textcircled{4}$$

(カ)

③、④式を足し合わせて、

$$MU + mU = MV + mv \quad \cdots \textcircled{5}$$

問 5

⑤式より,

$$U = \frac{MV + mv}{M + m}$$

これを④式に代入して整理すると,

$$\Delta T = \boxed{\frac{M(V - v)}{\mu(M + m)g}}$$

第2問 (25 点 : 各 5 点)

問 1

電球 P に流れる電流を I , かかる電圧を V として, 図 2 においてキルヒホッフの第 2 法則を立てると,

$$V + 400I = 260 \quad \cdots \textcircled{1}$$

となる。よって, ①式と図 4 の交点より,

$$V = 60 \text{ V}, \quad I = \boxed{0.50 \text{ A}}$$

問 2

求める消費電力を P とすると, $P = IV$ より,

$$P = 0.50 \cdot 60 = \boxed{30 \text{ W}}$$

問 3

電球 P に流れる電流を I [A] , かかる電圧を V [V] とすると, 電球 P と可変抵抗 r の消費電力が等しいので, 電流 I も電圧 V も可変抵抗と電球 P とで等しくなる。よって, 図 3 においてキルヒホッフの第 2 法則を立てると,

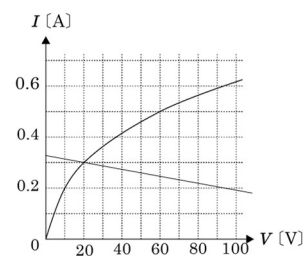
$$260 = V + 400 \cdot 2I \quad \therefore 260 = V + 800I \quad \cdots \textcircled{2}$$

となる。よって, ②式と図 4 の交点より,

$$V = 20 \text{ V}, \quad I = 0.30 \text{ A}$$

となるので, 可変抵抗の抵抗値を r [Ω] とすると,

$$r = \frac{20}{0.30} = 66.6 \cdots \div \boxed{67 \Omega}$$



問 4

電池には $2I$ の電流が流れるので,

$$2I = \boxed{0.60 \text{ A}}$$

問 5

エネルギー保存則より, 回路全体の消費電力は電池が供給した電力に等しい。よって, 求める消費電力を P' [W] とすると, $P = IV$ より,

$$P' = 2I \cdot 260 = 156 \div \boxed{1.6 \times 10^2 \text{ W}}$$

第3問 (25 点 : 各 5 点)

問 1

図 5 より, 距離 a の中に 3 波長分の波が存在していることがわかる。求める波長を λ とすると, $\lambda = \frac{a}{3}$ となる。

問 2

波が水面を伝わる速さを v とする。波の基本式より,

$$v = \frac{1}{T} \cdot \lambda = \frac{a}{3T}$$

問 3

x 軸上の $0 \leq x \leq a$ の範囲には, 波源 A, B から互いに逆向きの波が伝わってくるため, この範囲には定在波が生じる。定在波の隣り合う腹と節の間隔は, 波長の $\frac{1}{4}$ である。

$$\text{腹と節の間隔} : \frac{1}{4}\lambda = \frac{1}{4} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a}{12}$$

問 4

2つの波源からは同位相の波が発生しているので, 波源 A, B を結ぶ線分の中点 $\left(x = \frac{1}{2}a\right)$

は定在波の腹となる。節と節の間隔が $\frac{1}{2}\lambda = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a}{6}$, 腹と節の間隔が $\frac{a}{12}$ であることより,

$0 \leq x \leq a$ の範囲における節の位置 x は, 整数 m を用いて,

$$x = \frac{1}{2}a + \frac{a}{12} + \frac{a}{6} \cdot m = \frac{7+2m}{12}a$$

と表すことができる。 $0 \leq x \leq a$ より,

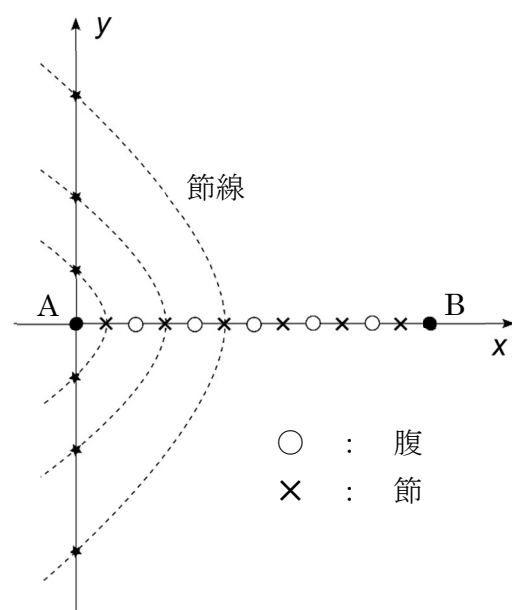
$$0 \leq \frac{7+2m}{12}a \leq a \quad \therefore -\frac{7}{2} \leq m \leq \frac{5}{2}$$

これを満たす整数 m は, $m = -3, -2, -1, 0, 1, 2$ の 6 個である。よって, 生じる節の個数も **6 個** である。

問 5

問 4 の結果より，波源 A, B を結ぶ線分上には，6 個の節が生じる。水面上には，この節を通るような節線が図の破線のように観測される。（図では y 軸を通る節線しか描かれていない）

この節線と y 軸が交わる点（図の★印），つまり 2 つの波源からの波が弱め合う点は 6 個となる。



第4問 (25 点 : 各 5 点, 問 4 は両解で 5 点)

問 1

気体の物質量を n , 状態 A → 状態 B の内部エネルギー変化を ΔU_{AB} , 温度変化を ΔT_{AB} , 気体定数を R とすると,

$$\Delta U_{AB} = \frac{3}{2} n R \Delta T_{AB}$$

ここで, 状態 A → 状態 B は定積変化なので $V_0 \Delta P = n R \Delta T_{AB}$ となる。よって,

$$\Delta U_{AB} = \frac{3}{2} V_0 (2P_0 - P_0) = \boxed{\frac{3}{2} P_0 V_0}$$

問 2

状態 B → 状態 C の内部エネルギーの変化を ΔU_{BC} , 温度変化を ΔT_{BC} とすると,

$$\Delta U_{BC} = \frac{3}{2} n R \Delta T_{BC}$$

ここで, $\Delta(PV) = n R \Delta T_{BC}$ より,

$$\Delta U_{BC} = \frac{3}{2} \Delta(PV) = \frac{3}{2} (3P_0 V_0 - 2P_0 V_0) = \frac{3}{2} P_0 V_0$$

また, この間に気体がした仕事を W_{BC} とすると, $P - V$ グラフで囲まれる面積より,

$$W_{BC} = \frac{1}{2} (P_0 + 2P_0) (3V_0 - V_0) = 3P_0 V_0$$

この間に気体が吸収した熱量を Q_{BC} とすると, 熱力学第一法則より,

$$Q_{BC} = \Delta U_{BC} + W_{BC} = \frac{3}{2} P_0 V_0 + 3P_0 V_0 = \boxed{\frac{9}{2} P_0 V_0}$$

問 3

1 サイクルの間に気体が熱を吸収する過程は, 状態 A → 状態 B, 状態 B → 状態 C の 2 つである。状態 A → 状態 B で気体が吸収した熱量 Q_{AB} は, 熱力学第一法則より,

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + 0 = \frac{3}{2} P_0 V_0$$

また, 1 サイクルの間に気体がした仕事を W とすると, サイクルで囲まれる面積より,

$$W = \frac{1}{2} \cdot 2V_0 \cdot P_0 = P_0 V_0$$

よって, この熱機関の熱効率を e とすると,

$$e = \frac{W}{Q_{AB} + Q_{BC}} = \frac{P_0 V_0}{\frac{3}{2} P_0 V_0 + \frac{9}{2} P_0 V_0} = \boxed{\frac{1}{6}}$$

問 4

$P - V$ グラフにおける直線 BC を式にする。2 点 $(V_0, 2P_0)$, $(3V_0, P_0)$ を通る直線の方程式は,

$$P - 2P_0 = \frac{P_0 - 2P_0}{3V_0 - V_0} (V - V_0) \quad \therefore \quad P = -\boxed{\frac{1}{2}} \cdot \frac{P_0}{V_0} V + \boxed{\frac{5}{2}} P_0$$

問 5

状態 B から状態 C にいたる間の、体積 V の状態の温度を T とする。状態 A とこの状態に対するボイル・シャルルの法則より、

$$\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{PV}{T}$$

$$\Rightarrow T = \frac{PV}{P_0 V_0} T_0 = \frac{T_0 V}{P_0 V_0} \left(-\frac{P_0}{2V_0} V + \frac{5}{2} P_0 \right) = -\frac{T_0}{2V_0^2} \left(V - \frac{5}{2} V_0 \right)^2 + \frac{25}{8} T_0$$

これより温度 T は、状態 B から状態 C へ変化する間の、体積 $\frac{5}{2} V_0$ （これは、 V の定義域 $V_0 \leq V \leq 3V_0$ の中にある）で最大値をとり、その値は $\boxed{\frac{25}{8} T_0}$ となる。